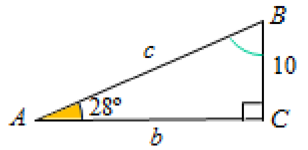
Solución de los Problemas Propuestos

1. En el triángulo rectángulo de vértices *A*, *B* y *C*, con ángulo recto en *C*, se conocen el cateto *a* = 10 cm y el ángulo *A* = 28º. Halla sus demás elementos.
<u>Nota</u>: En todos los enunciados de los problemas las letras *A*, *B* y *C* designan los vértices (ángulos) del triángulo; sus respectivos lados opuestos se designan por *a*, *b* y *c*.
<u>Solución</u>:

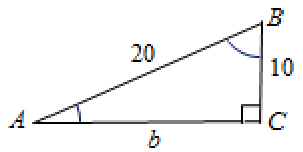


$$\sin 28^\circ = \frac{10}{c} \Rightarrow c = \frac{10}{\sin 28^\circ} = \frac{10}{0,4695} = 21,30 \text{ cm.}$$

$$\tan 28^\circ = \frac{10}{b} \Rightarrow b = \frac{10}{\tan 28^\circ} = \frac{10}{0,5317} = 18,81 \text{ cm.}$$

$B = 90º - 28º = 52º$.

2. En el triángulo rectángulo de vértices *A*, *B* y *C* se conocen el cateto *a* = 10 cm y la hipotenusa *c* = 20 cm. Halla sus demás elementos.
<u>Solución</u>:



$$\sin A = \frac{10}{20} = 0,5 \Rightarrow A = \arcsin 0,5 = 30^\circ .$$

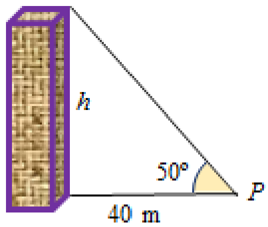
$B = 90º - 30º = 60º$.

El cateto *b* puede hallarse aplicando Pitágoras; o por el cos *A*.

$$b = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \text{ cm.}$$

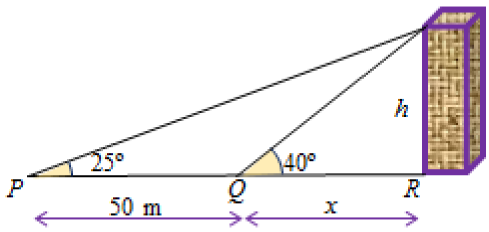
$$\cos A = \cos 30^\circ = \frac{b}{20} \Rightarrow b = 20 \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} .$$

3. Halla la altura de una torre sabiendo que desde una distancia de 40 m del pie de la torre se observa el punto más alto con un ángulo de 50º.
<u>Solución</u>:



$$\tan 50^\circ = \frac{h}{40} \Rightarrow h = 40 \cdot \tan 50^\circ = 47,67 \text{ m.}$$

4. Desde un punto *P* se ve el punto más alto de un edificio con un ángulo de elevación de 25º. Si se avanza 50 m hacia el edificio, el ángulo de elevación es ahora de 40º. ¿A qué distancia del edificio está el punto *P*, y cuál es su altura?
<u>Solución</u>:
Puede hacerse el dibujo adjunto.



$$\tan 25^\circ = \frac{h}{50 + x} \Rightarrow h = (50 + x) \cdot \tan 25^\circ ;$$

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \tan 40^\circ .$$

Igualando:

$$(50 + x) \cdot \tan 25^\circ = x \tan 40^\circ \Rightarrow 50 \cdot \tan 25^\circ + x \tan 25^\circ = x \tan 40^\circ \Rightarrow$$

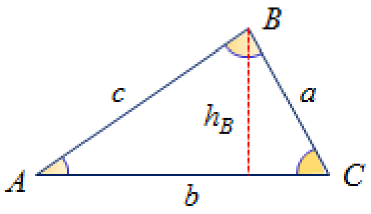
$$50 \cdot \tan 25^\circ = x \cdot (\tan 40^\circ - \tan 25^\circ) \Rightarrow x = \frac{50 \cdot \tan 25^\circ}{\tan 40^\circ - \tan 25^\circ} = 62,54 \text{ m.}$$

Luego:
→ La distancia del punto al pie del edificio es 50 + 62,54 = 112, 52 m.
→ La altura del edificio es $h = 62,54 \cdot \tan 40^\circ = 52,48$ m.

5. Demuestra que el área de un triángulo es igual al semiproducto de dos de sus lados por el seno del ángulo comprendido entre ellos. (Una de sus formas sería: $S=\frac{b\cdot c\cdot \sin A}{2}$).

Solución:

Para el triángulo *ABC* adjunto, trazando la altura desde *B*, se sabe que: $S=\frac{b\cdot h_B}{2}$.



Como $\sin A=\frac{h_B}{c}\Rightarrow h_B=c\cdot \sin A$. Luego, sustituyendo se tiene:

$$S=\frac{b\cdot c\cdot \sin A}{2}$$

Si se calcula h_B a partir del ángulo *C* se obtiene $S=\frac{a\cdot b\cdot \sin C}{2}$; y con otra altura, $S=\frac{a\cdot c\cdot \sin B}{2}$.

6. Los lados *b* y *c* de un triángulo miden 20 y 25 cm, respectivamente. Halla su área sabiendo que determinan un ángulo de 30º.

Solución:

Aplicando la fórmula vista en el problema anterior, $S=\frac{b\cdot c\cdot \sin A}{2}$.

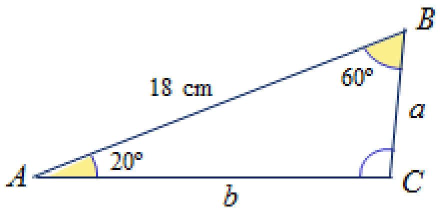
$$S=\frac{20\cdot 25\cdot \sin 30^\circ}{2}=125\ \text{cm}^2.$$

7. De un triángulo *ABC* se conocen: *c* = 18 cm, *A* = 20º y *B* = 60º. Resuélvelo.

Solución:

Conviene dibujar (de una manera aproximada) el triángulo en cuestión.

Es evidente que *C* = 180º – 20º – 60º = 100º.



Aplicando el teorema del seno.

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}\ \Rightarrow\ \frac{a}{\sin 20^\circ}=\frac{b}{\sin 60^\circ}=\frac{18}{\sin 100^\circ}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ a=\frac{18\cdot \sin 20^\circ}{\sin 100^\circ}=6,25\ \text{cm};\ b=\frac{18\cdot \sin 60^\circ}{\sin 100^\circ}=15,83\ \text{cm}.$$

8. De un triángulo *ABC* se conocen: *c* = 18 cm, *b* = 15 cm y *A* = 40º. Resuélvelo.

Solución:

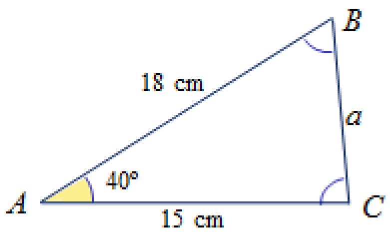
Aplicando el teorema del coseno.

$$a^2=15^2+18^2-2\cdot 15\cdot 18\cos 40^\circ\ \Rightarrow\ a^2=135,34\ \Rightarrow\ a=11,63.$$

Ahora puede aplicarse el teorema del seno.

$$\frac{11,63}{\sin 40^\circ}=\frac{15}{\sin B}=\frac{18}{\sin C}\ \Rightarrow\ \sin B=\frac{15\cdot \sin 40^\circ}{11,63}=0,8290\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ B=\arcsin 0,8290=56^\circ;\ B=124^\circ.$$

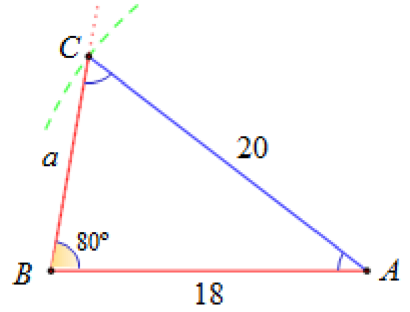


Por último, *C* = 180º – 40º – 56º = 84º.

→ ¿Podría ser *B* = 124º?

Si así fuese, el ángulo *C* valdría 16º; pero esto no puede ser, pues el ángulo *C* debe ser mayor que *A* al ser *c* > *a*: a lados mayores se oponen ángulos mayores. (Observa que al hacer un dibujo más o menos correcto se despejan las dudas).

9. De un triángulo *ABC* se conocen: *c* = 18 cm, *b* = 20 cm y *B* = 80º. Resuélvelo.
Solución:
Puede hacerse un esbozo del triángulo partiendo del lado *c* en horizontal, segmento $\left|BA\right|=18$; en el extremo (vértice) *B* se abre un ángulo de 80º; en el vértice *A*, con un compás, se traza un arco de radio *b* = 20. Como *b* > *c*, solo hay un corte con la semirrecta que contiene al lado *a*.



Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow\frac{20}{\sin 80^{o}}=\frac{18}{\sin C}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \sin C=\frac{18\cdot\sin 80^{o}}{20}=0,8863\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ C=\arcsin 0,8863\Rightarrow C=\begin{cases}62,41^{o}\\117,59^{o}\end{cases}$$. La solución *C* = 117,59º puede descartarse.

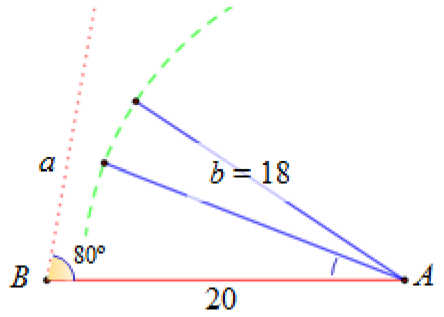
Por tanto, *A* = 180º – 80º – 62,41º = 37,59º.

Por $\frac{a}{\sin 37,59^{o}}=\frac{20}{\sin 80^{o}}\Rightarrow a=12,39\ \text{cm}$

10. De un triángulo *ABC* se conocen: *b* = 18 cm, *c* = 20 cm y *B* = 80º. Resuélvelo.
Solución:
Observa, que se han intercambiado los valores de los lados del problema anterior.
Aplicando el teorema del seno:

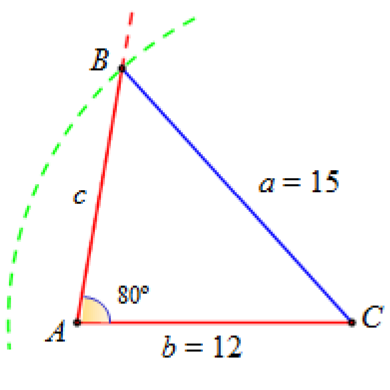
$$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow\frac{18}{\sin 80^{o}}=\frac{20}{\sin C}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \sin C=\frac{20\cdot\sin 80^{o}}{18}=1,0942\ \rightarrow$$ Imposible: el seno no puede valer más de 1.



Si se pretende construir el triángulo:
1. Se coloca el lado *c* en horizontal, segmento $\left|BA\right|=20$;
2. En el extremo (vértice) *B* se abre un ángulo de 80º; en el vértice *A*, con un compás, se traza un arco de radio *b* = 18.
Como no llega a cortar a la semirrecta que contiene al lado *a*, el problema no tiene solución.

11. De un triángulo *ABC* se conocen: *a* = 15 cm, *b* = 12 cm y *A* = 80º. Resuélvelo.
Solución:
Puede hacerse un esbozo del triángulo partiendo del lado *b* en horizontal, segmento $\left|AC\right|=12$; en el extremo (vértice) *A* se abre un ángulo de 80º; en el vértice *C*, con un compás, se traza un arco de radio *a* = 12. Como *a* > *b*, solo hay un corte con la semirrecta que contiene al lado *c*.



Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow\frac{15}{\sin 80^{o}}=\frac{12}{\sin B}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \sin B=\frac{12\cdot\sin 80^{o}}{15}=0,7878...\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ B=\arcsin 0,7878...=\begin{cases}51,98^{o}\\128,02^{o}\end{cases}$$. La solución *C* = 128,02º puede descartarse.

Por tanto, C = 180º – 80º – 51,98º = 48,02º.

Por $\dfrac{15}{\sin 80^{o}} = \dfrac{c}{\sin 48,02^{o}} \Rightarrow c = 11,32 \text{ cm}$

12. De un triángulo *ABC* se conocen: *a* = 12 cm, *c* = 20 cm y *A* = 25º. Resuélvelo.

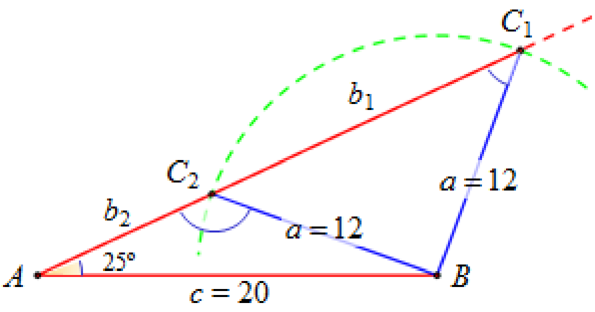
Solución:

Puede hacerse un esbozo del triángulo partiendo del lado *c* en horizontal, segmento $|AB| = 20$; en el extremo (vértice) *A* se abre un ángulo de 25º; en el vértice *C*, con un compás, se traza un arco de radio *a* = 12. Como puede observarse hay dos soluciones.

Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{12}{\sin 25^{o}} = \frac{20}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{20 \cdot \sin 25^{o}}{12} = 0,7044$$

$$\Rightarrow C = \arcsin 0,7044 \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 44,78^{o} \\ C_2 = 135,22^{o} \end{cases}.$$



Se obtendrían los triángulos ABC_1 y ABC_2.

→ En ABC_1: A = 25º, C_1 = 44,78º y B_1 = 110,22º.

Aplicando nuevamente el teorema del seno:

$$\frac{12}{\sin 25^{o}} = \frac{b_1}{\sin 110,22^{o}} \Rightarrow b_1 = 26,64 \text{ cm}.$$

→ En ABC_2: A = 25º, C_2 = 135,22º y B_2 = 19,78º.

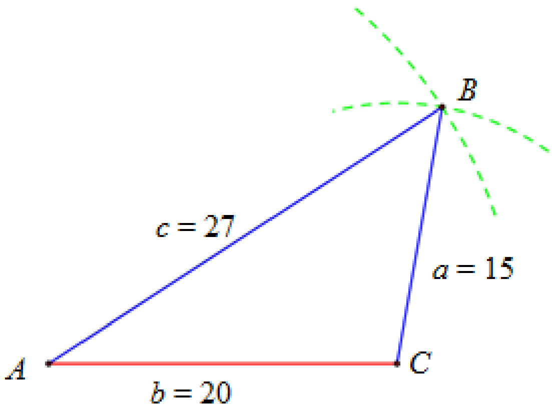
Aplicando nuevamente el teorema del seno: $\dfrac{12}{\sin 25^{o}} = \dfrac{b_2}{\sin 19,78^{o}} \Rightarrow b_2 = 9,61 \text{ cm}.$

13. De un triángulo *ABC* se conocen: *a* = 15 cm, *b* = 20 cm y *c* = 27 cm. Resuélvelo.

Solución:

Por el teorema del coseno:

$$15^2 = 20^2 + 27^2 - 2 \cdot 20 \cdot 27 \cdot \cos A \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 225 = 400 + 729 - 1080 \cdot \cos A \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -904 = -1080 \cos A \Rightarrow \cos A = 0,8370... \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A = 33,17^{o}.$$



Igualmente:

$$20^2 = 15^2 + 27^2 - 2 \cdot 15 \cdot 27 \cdot \cos B \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 400 = 225 + 729 - 810 \cdot \cos B \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -554 = -810 \cos B \Rightarrow \cos B = 0,6840 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow B = 46,84^{o}.$$

Por tanto, C = 180º – 33,17º – 46,84º = 99,99º.

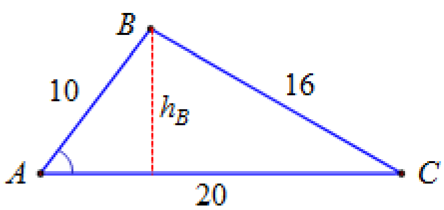
14. Halla la superficie de un triángulo de lados 10, 16 y 20 cm

Solución:

Para determinar su área será necesario calcular alguna de sus alturas.

→ Por el teorema del coseno:

$$16^2 = 20^2 + 10^2 - 2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot \cos A \Rightarrow$$
$$\cos A = 0,61 \Rightarrow A = 52,41^{o}.$$



→ Altura desde *B*:

$$\sin A = \frac{h_B}{10} \Rightarrow h_B = 10 \cdot \sin 52,41^\circ = 7,92 \text{ cm}.$$

$\rightarrow$ Área: $S = \dfrac{20 \cdot 7,92}{2} = 79,2 \text{ cm}^2$.

Observación: Existe una fórmula, llamada de Herón, que permite calcular la superficie de un triángulo conocidos sus lados.
Está fórmula es:

$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$, donde p es el semiperímetro del triángulo: $p = \dfrac{a+b+c}{2}$.

En el caso planteado:

$$p = \frac{20+16+10}{2} = 23 \Rightarrow S = \sqrt{23(23-20)\cdot(23-16)\cdot(23-10)} = \sqrt{6279} = 79,24 \text{ cm}^2.$$

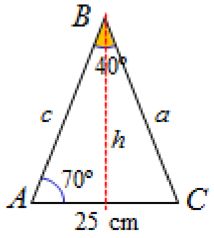
Nota: Una demostración de la fórmula e Herón.

15. Halla la superficie de un triángulo isósceles sabiendo que el ángulo desigual mide 40º y el lado más pequeño 25 cm.
Solución:
Si el ángulo B = 40º, los demás ángulos valdrán 70º cada uno.
La altura cae en la mitad de la base.
Por tanto:

$$\tan 70^\circ = \frac{h}{12,5} \Rightarrow h = 12,5 \cdot \tan 70 = 34,34 \text{ cm}.$$

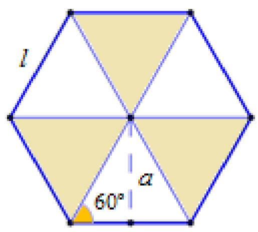
Luego, la superficie pedida será:

$$S = \frac{25 \cdot 34,34}{2} = 429,25 \text{ cm}^2.$$



16. Halla la superficie de un hexágono regular en función de la longitud de su lado.
Aplica el resultado para hallar la superficie de un hexágono regular de lado 5 cm.
Solución:
Un hexágono regular puede descomponerse en 6 triángulos equiláteros de lado l.

Como $\sin 60^\circ = \dfrac{a}{l} \Rightarrow a = l \cdot \sin 60^\circ = \dfrac{l \cdot \sqrt{3}}{2}$.



Por tanto, la superifice de un hexágono regular de lado l será:

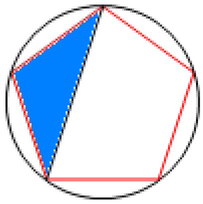
$$S = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{6l \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot l = 3\sqrt{3} \cdot l^2.$$

Si el lado mide 5 cm, la superficie del hexágono será:

$$S = 3\sqrt{3} \cdot 5^2 = 75\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Nota: En un hexágono regular, la apotema puede calcularse sin necesidad de trigonometría, aplicando Pitágoras: $a^2 = l^2 - \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot l$.

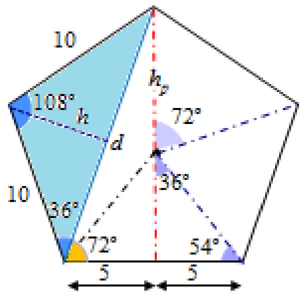
17. Halla la longitud de una de las diagonales de un pentágono regular de 10 cm de lado. Halla también la superficie del triángulo sombreado. Por último, calcula la altura del pentágono.



Solución:
Cada uno de los ángulos internos de un pentágono regular mide 108º. (Observa que el ángulo central correspondiente a cada lado mide 72º; otros ángulos se indican en el dibujo adjunto).

Aplicando el teorema el coseno:

$$d^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 108º = 261,80 \Rightarrow d = 16,18 \text{ cm.}$$



→ La altura del triángulo se puede calcular así:

$$\sin 36º = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10 \cdot \sin 36º = 5,88 \text{ cm.}$$

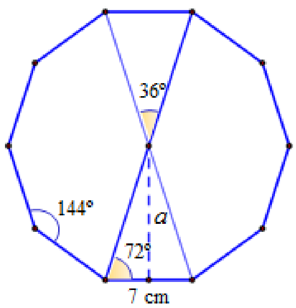
Su superficie del triángulo valdrá:

$$S = \frac{d \cdot h}{2} = \frac{16,18 \cdot 5,88}{2} = 47,57 \text{ cm}^2.$$

→ La altura del pentágono se calcula con la tangente de 72º:

$$\tan 72º = \frac{h_p}{5} \Rightarrow h_p = 5 \cdot \tan 72º = 15,39 \text{ cm.}$$

18. Halla la superficie de un decágono regular de 7 cm de lado.



Solución:
Cada uno de los ángulos internos de un decágono regular mide 144º. (El ángulo central correspondiente a cada lado mide 36º; otros ángulos se indican en el dibujo).

Por tanto, la apotema se puede calcular así:

$$\tan 72º = \frac{a}{3,5} \Rightarrow a = 3,5 \cdot \tan 72º = 10,77 \text{ cm.}$$

Su superficie valdrá:

$$S = \frac{10 \cdot 7 \cdot 10,77}{2} = 376,95 \text{ cm}^2.$$

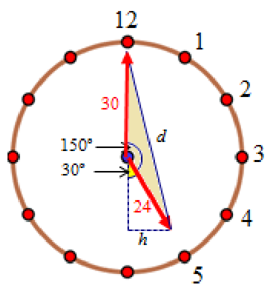
(El perímetro del decágono es 10 · 7 =70 cm).

19. Las agujas del reloj de una torre miden 30 y 24 cm, respectivamente.
a) ¿Cuál es la distancia que hay entre sus extremos cuando el reloj marca las cinco?
b) ¿Cuál es la superficie del triángulo que determinan a esa hora?

Solución:
a) Es la longitud del lado *d* del triángulo. Se obtiene aplicando el teorema el coseno:

$$d^2 = 30^2 + 20^2 - 2 \cdot 30 \cdot 24 \cdot \cos 150º = 2723,08 \Rightarrow d = 52,18 \text{ cm.}$$

(El ángulo central correspondiente a dos horas consecutivas es de 30º).



b) La superficie del triángulo sombreado es $S = \dfrac{30 \cdot h}{2}$.

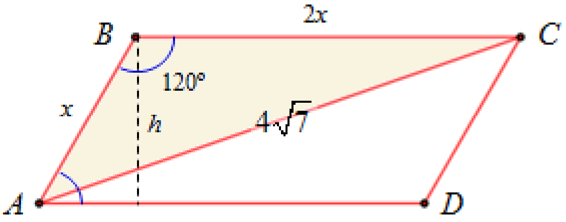
Como $\sin 30º = \dfrac{h}{24} \Rightarrow h = 24 \cdot \sin 30º$, entonces:

$$S = \frac{30 \cdot 24 \cdot \sin 30º}{2} = 180 \text{ cm}^2.$$

20. En el paralelogramo *ABCD* se sabe que el ángulo *ABC* = 120º, que el lado *BC* es doble que el lado *AB*, y que su diagonal mayor mide $|AC| = 4\sqrt{7}$ cm. Halla la longitud de sus lados y la superficie del paralelogramo.

Solución:

Si el lado pequeño mide *x*, el largo medirá 2*x*.
Si el ángulo *B* mide 120º, por ser un paralelogramo:
D = 120º; *A* = *C* = 60º.



Aplicando el teorema del coseno en el triángulo *ABC*, se tiene:

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB|\cdot|BC|\cdot\cos B \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(4\sqrt{7}\right)^2 = x^2 + (2x)^2 - 2\cdot x\cdot 2x\cdot\cos 120º \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 112 = x^2 + 4x^2 - 4x^2\cdot(-0,5) \Rightarrow 112 = 7x^2 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4.$$

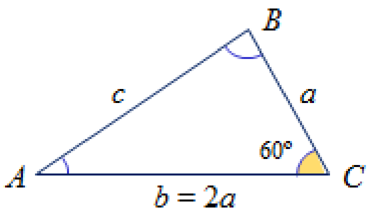
Como $\sin A = \dfrac{h}{x} \Rightarrow h = x\cdot\sin A$. Luego, la altura del paralelogramo es $h = 4\cdot\sin 60º = 4\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Por tanto, su área será: $S = |AD|\cdot h = 8\cdot 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ cm^2.

21. Uno de los lados de un triángulo es doble de otro y el ángulo que forman vale 60º. Halla los otros dos ángulos.

Solución:

El triángulo es como el de la figura adjunta.
Por el teorema del coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos C \Rightarrow c^2 = a^2 + 4a^2 - 2\cdot a\cdot 2a\cdot\cos 60º \Rightarrow$$
$$\Rightarrow c^2 = 5a^2 - 4a^2\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow c^2 = 3a^2 \Rightarrow c = a\cdot\sqrt{3}.$$

Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \to \frac{a}{\sin A} = \frac{a\cdot\sqrt{3}}{\sin 60º} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{a\cdot\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30º.$$

Por tanto, *B* = 180º – 60º – 30º = 90º. (Se trata de un triángulo rectángulo).

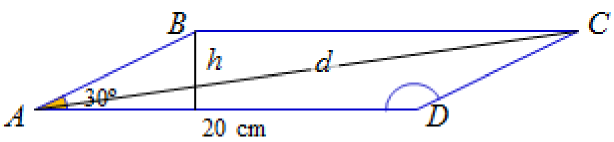
22. De un paralelogramo sabemos que el lado más largo mide 20 cm, que su área es de 120 cm^2 y que el ángulo más pequeño vale 30º

Determina:

a) El valor del otro ángulo del paralelogramo (el más grande).
b) La longitud del lado más corto.
c) La medida de la diagonal más larga.

Solución:

a) Dos ángulos consecutivos de un paralelogramo suman 180 ; luego,
D = 180º – 30º = 150º



b) El área del paralelogramo es:
$S = 20\cdot h = 120$ cm^2 $\Rightarrow h = 6$ cm.

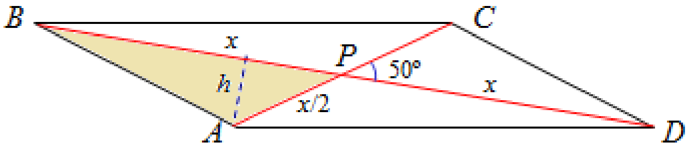
Como $\sin 30º = \dfrac{h}{|AB|} \Rightarrow |AB| = \dfrac{6}{\sin 30º} = 12$ cm.

c) Por el teorema del coseno:

$$d^2 = 20^2 + 12^2 - 2 \cdot 20 \cdot 12 \cdot \cos 150^\circ \Rightarrow d^2 = 959,69 \Rightarrow d = 30,98 \text{ cm}$$

23. Las diagonales de un paralelogramo de 19,15 cm^2 de área forman un ángulo de 50º al cortarse. Calcula la longitud de las diagonales si una mide doble que la otra.

Solución:



Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio. Por tanto, el paralelogramo puede ser como el de la figura adjunta.

Las diagonales dividen al paralelogramo en 4 triángulos de igual área: todos tienen base *x* y altura *h*.

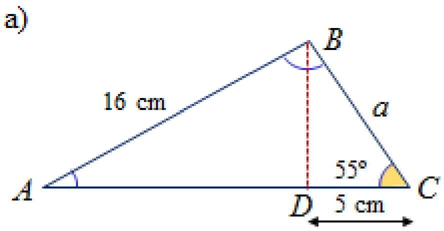
Esto es: $S_{ABCD} = 4 \cdot S_{ABP}$. Por tanto: $S_{ABP} = \dfrac{19,15}{4}$.

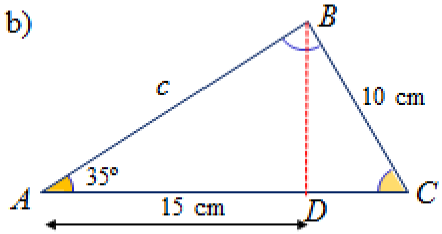
Por otra parte, el área del triángulo *ABP* es: $S_{ABP} = \dfrac{x \cdot h}{2} = \dfrac{x \cdot \frac{x}{2} \cdot \sin 50^\circ}{2} = \dfrac{x^2 \cdot \sin 50^\circ}{4}$.

En consecuencia: $\dfrac{x^2 \cdot \sin 50^\circ}{4} = \dfrac{19,15}{4} \Rightarrow x^2 = \dfrac{19,15}{4} \approx 25 \Rightarrow x = 5$

Las diagonales miden 5 cm y 19 cm.

24. Con los datos que se indican en las figuras, calcula los lados y los ángulos de cada triángulo.





Solución:

En cada caso, la altura descompone el triángulo *ABC* en dos triángulos rectángulos *ABD* y *BDC*. Para resolverlos basta con aplicar las razones trigonométricas.

a) En el triángulo *BDC*:

$$\cos 55^\circ = \frac{5}{a} \Rightarrow a = \frac{5}{\cos 55^\circ} = 8,72 \text{ cm}; \qquad \tan 55^\circ = \frac{|BD|}{5} \Rightarrow |BD| = 5 \cdot \tan 55^\circ = 7,14 \text{ cm}.$$

El ángulo *BDC* = 90º – 55º = 35º.

→ Con los datos hallados, en el triángulo *BDC*:

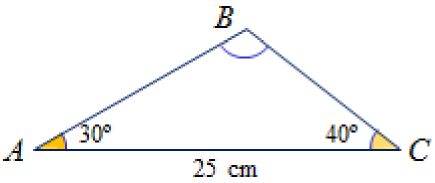
$$\sin A = \frac{|BD|}{16} \Rightarrow \sin A = \frac{7,14}{16} = 0,44625 \Rightarrow A = 26,50^\circ;$$

$$\tan A = \frac{|BD|}{|AD|} \Rightarrow |AD| = \frac{|BD|}{\tan A} = \frac{7,14}{\tan 26,50^\circ} = 14,32 \text{ cm}.$$

El ángulo *ABD* = 90º – 26,50º = 63,5º.

Luego, el ángulo *B* = 35º + 63,5º = 98,5º; y el lado *b* = 14,32 + 5 = 19,32 cm.

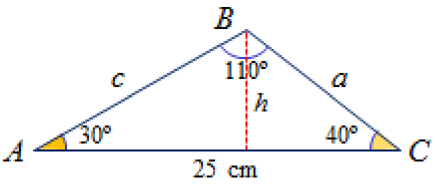
25. Calcula el área del triángulo *ABC* representado en la siguiente adjunta.



Solución:
El ángulo B = 180º – 30º – 40º = 110º.
Aplicando el teorema del seno:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\rightarrow\frac{a}{\sin 30^\circ}=\frac{25}{\sin 110^\circ}\Rightarrow a=\frac{25\cdot\sin 30^\circ}{\sin 110^\circ}=13,30 \text{ cm.}$$

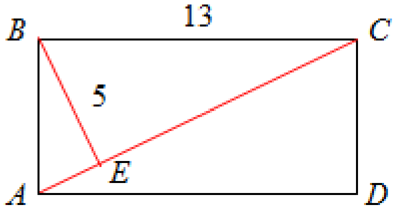
Como $\sin C=\frac{h}{a}\Rightarrow h=a\cdot\sin C=13,30\cdot\sin 40^\circ=8,55$ cm.



Por tanto, el área pedida será:

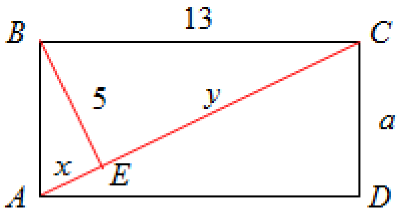
$$S=\frac{25\cdot h}{2}=\frac{25\cdot 8,55}{2}=106,875 \text{ cm}^2.$$

26. En el rectángulo de la figura, su lado *BC* mide 13 cm. Si *BE* es perpendicular a la diagonal *AC*, ¿cuánto vale las áreas del triángulo *ABE* y del rectángulo *ABCD*?



Solución:
Los triángulos (rectángulos) *ABE, BCE* y *ACD* son semejantes.
→ La demostración es inmediata. Basta con ver que el ángulo agudo más pequeño vale lo mismo en los tres casos.
Por tanto:

$$\frac{\left|\overline{AD}\right|}{\left|\overline{DC}\right|}=\frac{\left|\overline{BE}\right|}{\left|\overline{AE}\right|}=\frac{\left|\overline{CE}\right|}{\left|\overline{BE}\right|}.$$



En el triángulo *BEC*: $y=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$ cm.

De $\frac{\left|\overline{AD}\right|}{\left|\overline{DC}\right|}=\frac{\left|\overline{CE}\right|}{\left|\overline{BE}\right|}\Rightarrow\frac{13}{a}=\frac{12}{5}\Rightarrow a=\frac{65}{12}$ cm.

De $\frac{\left|\overline{BE}\right|}{\left|\overline{AE}\right|}=\frac{\left|\overline{CE}\right|}{\left|\overline{BE}\right|}\Rightarrow\frac{5}{x}=\frac{12}{5}\Rightarrow x=\frac{25}{12}$ cm.

Por tanto, las áreas pedidas son:

Triángulo *ABE*: $S_{ABE}=\frac{5\cdot x}{2}=\frac{5\cdot\frac{25}{12}}{2}=\frac{125}{24}$ cm^2.

Rectángulo *ABCD*: $S_{ABCD}=13\cdot a=13\cdot\frac{65}{12}=\frac{845}{12}$ cm^2.