UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2013-2014**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & 0 & \alpha \\ 1 & \beta & \gamma \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Calcula α, β, γ para que $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ sea solución del sistema $AX = B$.

b) (1 punto) Si $\beta = \gamma = 1$ ¿Qué condición o condiciones debe cumplir α para que el sistema lineal homogéneo $AX = O$ sea compatible determinado?

c) (0,5 puntos) Si $\alpha = -1$, $\beta = 1$ y $\gamma = 0$, resuelve el sistema $AX = B$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados el punto $P(1, 0, 1)$, el plano $\pi \equiv x + 5y - 6z = 1$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ z = 0, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Calcular el punto P' simétrico a P respecto de π.

b) (1 punto) Hallar la distancia de P a r.

c) (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas $O(0, 0, 0)$ y las intersecciones de π con los ejes coordenados OX, OY y OZ.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Sea $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abscisa $x = -2$ es un punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ y que la recta de ecuación $y = 16x + 16$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en dicho punto, determinar:

$$f(-2), \quad f'(-2) \quad \text{y} \quad f''(-2).$$

b) (1 punto) Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $g(x) = x^4 + 4x^3$ y el eje OX.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Calcular justificadamente:

$$\text{a)} \quad \lim_{x \to 0} \frac{1 - 2x - e^x + \operatorname{sen}(3x)}{x^2}. \qquad \text{b)} \quad \lim_{x \to \infty} \frac{(5x^2 + 2)(x - 6)}{(x^2 - 1)(2x - 1)}.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x)\,, & \text{si } x < 0\,, \\ x^2 e^{-x}\,, & \text{si } x \geq 0\,, \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano) se pide:

a) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) (1 punto) Calcular el valor de a, para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbf{R}$.

c) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular f', donde sea posible.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv 2x - y = 2$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1\,, \\ y - 2z = 2\,, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de r y π.

b) (1 punto) Determinar el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

c) (1 punto) Determinar la recta que pasa por $A(-2,1,0)$, corta a r, y es paralela a π.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor o valores de a para que la matriz A tenga inversa.

b) (1 punto) Calcular la matriz inversa A^{-1} de A, en el caso $a = 2$.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Se pide:

a) (1 punto) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) (1 punto) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2013-2014**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la función
$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+4},$$
se pide:

a) (1 punto) Determinar el dominio de f y sus asíntotas.
b) (1 punto) Calcular $f'(x)$ y determinar los extremos relativos de $f(x)$.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dadas las matrices:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 1 & a & 1 \\ a-1 & a & 2 \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
se pide:

a) (1 punto) Determinar el valor o valores de a para los cuales no existe la matriz inversa A^{-1}.
b) (1 punto) Para $a = -2$, hallar la matriz inversa A^{-1}.
c) (1 punto) Para $a = 1$, calcular todas las soluciones del sistema lineal $AX = O$.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dados los puntos $A(2,0,-2)$, $B(3,-4,-1)$, $C(5,4,-3)$ y $D(0,1,4)$, se pide:
a) (1 punto) Calcular el área del triángulo de vértices A, B y C.
b) (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro $ABCD$.

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dados los planos
$$\pi_1 \equiv 2x + z - 1 = 0, \qquad \pi_2 \equiv x + z + 2 = 0, \qquad \pi_3 \equiv x + 3y + 2z - 3 = 0,$$
se pide:

a) (1 punto) Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta determinada por π_1 y π_2.
b) (1 punto) Calcular el seno del ángulo que la recta del apartado anterior forma con el plano π_3.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano π y la recta r siguientes:

$$\pi \equiv 2x - y + 2z + 3 = 0\,, \qquad r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2t\,, \\ y = 2 - 2t\,, \\ z = 1 + t\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de r y π.

b) (1 punto) Calcular la distancia entre r y π.

c) (1 punto) Obtener el punto P' simétrico de $P(3, 2, 1)$ respecto del plano π.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5 \operatorname{sen} x}{2x} + \dfrac{1}{2}\,, & \text{si } x < 0\,, \\ a\,, & \text{si } x = 0\,, \\ xe^x + 3\,, & \text{si } x > 0\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar, si existe, el valor de a para que $f(x)$ sea continua.

b) (1 punto) Decidir si la función es derivable en $x = 0$ para algún valor de a.

c) (1 punto) Calcular la integral:

$$\int_1^{\ln 5} f(x)\, dx,$$

donde ln denota logaritmo neperiano.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

donde B es una matriz cuadrada de tamaño 2×2, se pide:

a) (1 punto) Calcular el valor o valores de a para los que esta ecuación tiene solución.

b) (1 punto) Calcular B en el caso $a = 1$.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & -1 & a \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -4 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2014-2015**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2-4} + \frac{\ln(x+1)}{x+1},$$

donde ln denota el logaritmo neperiano, se pide:

a) ($1'5$ puntos) Determinar el dominio de f y sus asíntotas.
b) ($0'75$ puntos) Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 0$.
c) ($0'75$ puntos) Calcular $\int f(x)\,dx$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

a) (2 puntos) Discutir, según los valores de m, el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 4x & + & 3y & + & (m-1)z & = & 0 \\ x & - & 2y & + & mz & = & 1 \\ 5x & + & my & + & z & = & 1 \end{array}\right.$$

b) (1 punto) Resolver el sistema anterior para el caso $m = 1$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Dados los vectores $\vec{u} = (2,3,4)$, $\vec{v} = (-1,-1,-1)$ y $\vec{w} = (-1,\lambda,-5)$, encontrar los valores de λ que hacen que el paralelepípedo P generado por $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 6.
b) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta incluida en el plano $z = 0$, con dirección perpendicular a $\vec{u} = (2,-1,4)$ y que pasa por el punto $(1,1,0)$.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dados el plano $\pi \equiv x - 2y + 2z + 1 = 0$ y la superficie esférica $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$, hallar los planos tangentes a la esfera que son paralelos al plano π.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el punto $P(-4,6,6)$, el origen de coordenadas O, y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -4+4\lambda \\ y = 8+3\lambda \\ z = -2\lambda, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Determinar un punto Q de la recta r, de modo que su proyección Q' sobre $\overline{OP}$ sea el punto medio de este segmento.

b) (1 punto) Determinar la distancia de P a r.

c) (1 punto) ¿Existe algún punto R de la recta r, de modo que los puntos O, P y R estén alineados? En caso afirmativo, encontrar el punto (o los puntos) con esa propiedad o, en caso negativo, justificar la no existencia.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x}, & \text{si } x < 0\,, \\ xe^x + 1\,, & \text{si } x \geq 0\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad de f.

b) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular f' donde sea posible.

c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Calcular A^{15} y A^{20}.

b) (1 punto) Resolver la ecuación matricial $6X = B - 3AX$, donde X es una matriz cuadrada de orden 3.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & t & 2 \\ 3 & -1 & t \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) ($1'25$ puntos) Hallar el rango de A en función de t.

b) ($0'75$ puntos) Calcular t para que $\det(A - tI) = 0$.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2014-2015**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} -mx & + & my & + & z & = & 0\,, \\ x & - & my & + & 3z & = & 4\,, \\ 2x & - & 2y & - & z & = & 0\,, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) ($0'5$ puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
c) ($0'5$ puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
La recta r pasa por $P(2, -1, 0)$ y tiene vector director $(1, \lambda, -2)$; la recta s pasa por $Q(1, 0, -1)$ y tiene vector director $(2, 4, 2)$.

a) (2 puntos) Calcular $\lambda > 0$ para que la distancia entre r y s sea $\dfrac{9}{\sqrt{59}}$.
b) (1 punto) Calcular λ para que r sea perpendicular a la recta que pasa por P y Q.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

a) ($0'5$ puntos) Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.
b) ($1'5$ puntos) Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una única solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Calcular la integral definida $\displaystyle\int_1^4 (1-x)e^{-x}dx$.
b) (1 punto) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (1-x)e^{-x}$ y $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} (1-x)e^{-x}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x\ln(x)\,, & \text{si } x > 0\,, \\ x^2 e^x\,, & \text{si } x \leq 0\,, \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano y a es un número real) se pide:

a) (1 punto) Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.
b) (1 punto) Calcular $f'(x)$ donde sea posible.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dados los puntos $P(-1,-1,1)$, $Q(1,0,2)$ y los planos

$$\pi_1 \equiv x - z = 0, \qquad \pi_2 \equiv my - 6z = 0, \qquad \pi_3 \equiv x + y - mz = 0,$$

se pide:

a) (1 punto) Calcular los valores de m para los que los tres planos se cortan en una recta.
b) (1 punto) Para $m = 3$, hallar la ecuación del plano que contiene al punto P y es perpendicular a la recta de intersección de los planos π_1 y π_2.
c) (1 punto) Hallar la distancia entre los puntos Q y P', siendo P' el punto simétrico de P respecto al plano π_1.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$ y usando las propiedades de los determinantes, calcular el valor de los siguientes determinantes:

a)(1 punto) $\begin{vmatrix} 2a-2b & c & 5b \\ 2d-2e & f & 5e \\ -2 & 3 & 10 \end{vmatrix}$ b)(1 punto) $\begin{vmatrix} a-1 & b-2 & 2c-6 \\ 2 & 4 & 12 \\ d & e & 2f \end{vmatrix}$

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, hallar todas las matrices $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que conmutan con A, es decir que cumplen $AB = BA$.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2015-2016**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1-x)}{1-x} & \text{si} \quad x < 0 \\ xe^{-x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$, donde ln denota el logaritmo neperiano, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad de f y calcular $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) (0.5 puntos) Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$, en $x = 2$.

c) (1.5 puntos) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1.5 puntos) Despeje X en la ecuación matricial $X\,(CD)^{-1} = A + X\,\left(D^{-1}C^{-1} - B\right)$, siendo A, B, C, D matrices cuadradas invertibles. Exprese X de la forma más simple posible.

b) (1.5 puntos) Para $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ determine la matriz Y tal que $YB = A$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los planos $\pi_1 \equiv ax + y - z + 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + ay + z - 2 = 0$, determine, en caso de que existan, el valor o posibles valores del parámetro a, para cada uno de los siguientes supuestos:

a) (0.5 puntos) Que π_1 y π_2 sean paralelos.

b) (0.5 puntos) Que π_1 y π_2 sean perpendiculares.

c) (1 punto) Que la recta intersección de π_1 y π_2 sea perpendicular al plano $x = y$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el punto $P(2, 1, -1)$, determine el punto simétrico de P respecto al plano que pasa por los puntos $A(0, 2, -1)$, $B(1, -3, 0)$ y $C(2, 1, 1)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcccccc} 3x & + & y & + & mz & = & 1 \\ x & - & y & + & 2z & = & -2 \\ 5x & + & (m+1)y & + & 2z & = & 4, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) (0.5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
c) (0.5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Se consideran los puntos $A(0,5,3)$, $B(0,6,4)$, $C(2,4,2)$ y $D(2,3,1)$ y se pide:

a) (1 punto) Comprobar que los cuatro puntos son coplanarios y que el polígono $ABCD$ es un paralelogramo.

b) (1 punto) Calcular el área de dicho paralelogramo.

c) (1 punto) Determinar el lugar geométrico de los puntos P cuya proyección sobre el plano $ABCD$ es el punto medio del paralelogramo.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Determine el polinomio $f(x)$, sabiendo que $f'''(x) = 12$, para todo $x \in \mathbb{R}$ y además verifica: $f(1) = 3\,;\quad f'(1) = 1\,;\quad f''(1) = 4$.
b) (1 punto) Determine el polinomio $g(x)$, sabiendo que $g''(x) = 6$, para todo $x \in \mathbb{R}$ y que además verifica:

$$\int_0^1 g(x)\,dx = 5, \qquad \int_0^2 g(x)\,dx = 14.$$

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Estudie la continuidad y la derivabilidad en $x = 0$ y en $x = 1$ de $f(x) = \left\{\begin{array}{ll} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ |x \ln x| & \text{si } x > 0 \end{array}\right.$, donde ln denota el logaritmo neperiano.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2015-2016**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función $f(x) = (6-x)e^{x/3}$, se pide:

a) (1 punto) Determinar su dominio, asíntotas y cortes con los ejes.

b) (1 punto) Calcular su derivada, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.

c) (1 punto) Determinar el área del triángulo que forman los ejes coordenados con la tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $x = 0$.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x - 2z - 1 & = & 0 \\ x + y + z - 4 & = & 0 \end{array} \right.$ y $s \equiv \{(2+\lambda, 1-3\lambda, \lambda); \lambda \in \mathbb{R}\}$, se pide:

a) (1 punto) Obtener la recta que pasa por el punto $P(1,0,5)$ y corta perpendicularmente a r.

b) (1 punto) Obtener el plano que contiene a la recta r y es paralelo a s.

c) (1 punto) Hallar la distancia entre las rectas r y s.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Determine, si es posible, los parámetros α y β de modo que se verifique la igualdad:

$$\alpha \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

b) (1 punto) Determine los posibles valores de λ para que el rango de la matriz A sea 2, donde

$$A = \lambda \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

Cierta fundación ha destinado 247 000 euros para la dotación de 115 becas de estudios. El importe de cada beca es de 3000 euros, si el estudiante cursa un grado universitario; de 2000 euros, si cursa formación profesional y de 1500 euros, si realiza estudios de postgrado. Sabiendo que la fundación ha concedido doble número de becas de formación profesional que de postgrado, ¿cuántas becas ha concedido a cada nivel de estudios?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & (a-1)y & - & 2z & = & a \\ 2x & + & y & - & az & = & 2 \\ -x & + & y & + & z & = & 1-a, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro a.
b) (1 punto) Resolverlo cuando sea posible.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la función

$$f(x)=\left\{\begin{array}{lll} \dfrac{1}{5-x} & \text{si} & x\leq 0 \\ \dfrac{1}{5+x} & \text{si} & x>0, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad de f y determinar sus asíntotas.
b) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular $f'(x)$ donde sea posible.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Sea π el plano que contiene a los puntos $A(0,2,1)$, $B(1,0,1)$ y $C(-1,-2,-1)$. Calcule el volumen del tetraedro que forma el origen de coordenadas con los puntos de intersección de π con cada uno de los ejes coordenados.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dado el plano $\pi\equiv\ 3x+3y+z-9=0$, se pide:

a) (1 punto) Determinar la ecuación del plano perpendicular a π que contiene al eje OX.
b) (1 punto) Determinar el punto del plano π más cercano al origen de coordenadas.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2016-2017**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x + ay + z = a, \\ x - 4y + (a+1)z = 1, \\ 4y - az = 0, \end{cases}$ se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo en función de los valores del parámetro real a.
b) (0.5 puntos) Resolver el sistema para $a = 1$.
c) (0.5 puntos) Resolver el sistema para $a = 2$.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dados los puntos $P(1, -2, 1)$, $Q(-4, 0, 1)$, $R(-3, 1, 2)$, $S(0, -3, 0)$, se pide:

a) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a P, Q y R.
b) (1 punto) Estudiar la posición relativa de la recta r, que pasa por los puntos P y Q, y la recta s, que pasa por R y S.
c) (1 punto) Hallar el área del triángulo formado por los puntos P, Q y R.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2 puntos.
Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = te^{-t/2}$ miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de $c(t)$ e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 6}{x - 2}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar su dominio y asíntotas verticales.
b) (0.5 puntos) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,dx$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{2}{x}$ y $g(x) = \operatorname{sen}(x)$, se pide:

a) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\left(f(x) - \dfrac{2}{g(x)}\right)$.

b) (0.75 puntos) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(\frac{1}{2}, 4)$.

c) (1.25 puntos) Calcular el área delimitada por la curva $y = f(x)$ y la recta $y = -x + 3$.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dadas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Determinar la matriz P^{-1}, inversa de la matriz P.

b) (1 punto) Determinar la matriz B^{-1}, inversa de la matriz $B = P^{-1}J^{-1}$.

c) (1 punto) Calcular el determinante de la matriz A^2, siendo $A = PJP^{-1}$.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

a) (1 punto) Determine la distancia entre las rectas

$$r_1 \equiv x = y = z \qquad \text{y} \qquad r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{l} x + y - 1 = 0, \\ x - z + 1 = 0. \end{array} \right.$$

b) (1 punto) Obtenga el punto de corte de la recta $s \equiv x = 2 - y = z - 1$ con el plano perpendicular a s, que pasa por el origen.

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2 puntos.

El 40% de los sábados Marta va al cine, el 30% va de compras y el 30% restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60% de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20% de las veces que va de compras, y el 80% de las veces que juega a videojuegos. Se pide:

a) (1 punto) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.

b) (1 punto) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2016-2017**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos, la 3ª y la 4ª sobre 2 puntos. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & \text{si } x < 0\,, \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x+1} & \text{si } x \geq 0\,, \end{cases}$ donde $\ln$ significa logaritmo neperiano, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en $x = 0$.
b) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} 6x - y - z = 1, \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} 3x - 5y - 2z = 3, \\ 3x + y + 4z = 3, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de r_1 y r_2.
b) (1 punto) Calcular la distancia entre las dos rectas.
c) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a r_1 y al punto $P(1, 2, 3)$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Se dispone de tres aleaciones A, B y C que contienen, entre otros metales, oro y plata en las proporciones indicadas en la tabla adjunta.

	Oro (%)	Plata (%)
A	100	0
B	75	15
C	60	22

Se quiere obtener un lingote de 25 gramos, con una proporción del 72% de oro y una proporción del 16% de plata, tomando x gramos de A, y gramos de B y z gramos de C. Determínense las cantidades x, y, z.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Dados dos sucesos, A y B, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que $p(A) = \dfrac{4}{9}$, $p(B) = \dfrac{1}{2}$ y $p(A \cup B) = \dfrac{2}{3}$, se pide:

a) (1 punto) Comprobar si los sucesos A y B son independientes o no.
b) (1 punto) Calcular $p(\bar{A}|B)$, donde $\bar{A}$ denota el suceso complementario de A.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Calcular la matriz $B = (A - I)(2I + 2A)$.

b) (1.5 puntos) Determinar el rango de las matrices $A - I$, $A^2 - I$ y $A^3 - I$.

c) (1 punto) Calcular la matriz inversa de A^6, en caso de que exista.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Se considera la función $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x^2 + 1}$ y se pide:

a) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

b) (1 punto) Estudiar la existencia de asíntotas horizontales y verticales de la función f y, en su caso, determinarlas.

c) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y sus extremos relativos en el caso de que existan.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

Sea r la recta que pasa por los puntos $P_1(3, 2, 0)$ y $P_2(7, 0, 2)$. Se pide:

a) (1 punto) Hallar la distancia del punto $Q(3, 5, -3)$ a la recta r.

b) (1 punto) Hallar el punto de corte de la recta r con el plano perpendicular a r que pasa por el punto Q .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Se considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 3, -1)$, $B(3, 1, 0)$ y $C(2, 5, 1)$ y se pide:

a) (1 punto) Determinar razonadamente si el triángulo es equilátero, isósceles o escaleno.

b) (1 punto) Obtener las medidas de sus tres ángulos.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2017-2018**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.
Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: Cada ejercicio se valora sobre 2.5 puntos y en el enunciado se especifica la valoración de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas la matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1.5 puntos) Obtener los valores de m para los que que la matriz $A - mI$ admite inversa.
b) (1 punto) Calcular la matriz inversa de $A - 2I$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.
Dada la función $f(x) = 2\cos(x) + |x - 1|$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar el valor de $f'(0)$.
b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi$.
c) (1 punto) Hallar el área del recinto plano limitado por la la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = \pi$ y $x = 2\pi$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados los planos $\pi_1 \equiv 3x + y + 2z - 1 = 0$, $\pi_2 \equiv 2x - y + 3z - 1 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2t\,, \\ y = -1 + t\,, \\ z = 1 + t\,, \end{cases}$ se pide:

a) (1.5 puntos) Hallar los puntos de la recta r equidistantes de π_1 y π_2.
b) (1 punto) Hallar el área del triángulo que forma el punto $P(-2, 3, 2)$ con los puntos de intersección de r con π_1 y π_2.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.
Sabiendo que el peso de los estudiantes varones de segundo de bachillerato se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal, de media 74 kg y desviación típica 6 kg, se pide:

a) (1 punto) Determinar el porcentaje de estudiantes varones cuyo peso está comprendido entre los 68 y 80 kg.
b) (0.5 puntos) Estimar cuántos de los 1500 estudiantes varones, que se han presentado a las pruebas de la EvAU en una cierta universidad, pesan más de 80 kg.
b) (1 punto) Si se sabe que uno de estos estudiantes pesa más de 76 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 86 kg?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la matriz A y los vectores X y B siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & 1 & m+1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2+m \end{pmatrix},$$

se pide:

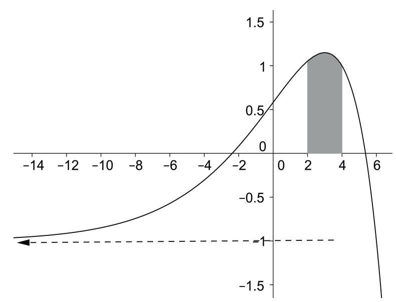
a) (2 puntos) Discutir el sistema lineal $AX = B$ en función de los valores del parámetro m.

b) (0.5 puntos) Resolver el sistema lineal $AX = B$ cuando $m = -1$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

El dibujo adjunto muestra la gráfica de la función

$$f(x) = (6-x)e^{\frac{x-4}{3}} - 1.$$



Se pide:

a) (1 punto) Calcular el área de la región sombreada.

b) (1 punto) Determinar la abscisa del punto de la gráfica donde la recta tangente tiene pendiente máxima.

c) (0.5 puntos) Efectuando los cálculos necesarios, obtener la ecuación de la asíntota que se muestra en el dibujo (flecha discontinua inferior).

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados los planos $\pi_1 \equiv x + y = 0$, $\pi_2 \equiv x = 0$ y el punto $B(-1, 1, 1)$, se pide:

a) (1 punto) Determinar el punto B', simétrico de respecto del plano π_2.

b) (1 punto) Obtener una ecuación de la recta r, contenida en el plano π_1, paralela al plano π_2 y que pasa por el punto B.

b) (0.5 puntos) Hallar el ángulo que forman los planos π_1 y π_2.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

En una bolsa hay 10 caramelos de fresa, 15 de menta y 5 de limón. Se extraen sucesivamente de la bolsa dos caramelos. Se pide:

a) (1 punto) Determinar la probabilidad de que el segundo de ellos sea de fresa.

b) (0.5 puntos) Determinar la probabilidad de que los dos sean de fresa.

c) (1 punto) Sabiendo que el segundo ha sido de fresa, calcular la probabilidad de que lo haya sido también el primero.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2017-2018**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & my & & & = & 1 \\ -2x & - & (m+1)y & + & z & = & -1 \\ x & + & (2m-1)y & + & (m+2)z & = & 2+2m, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro m.
b) (0.5 puntos) Resolver el sistema en el caso $m = 0$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

a) (1.5 puntos) En un experimento en un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los resultados siguientes: $m_1 = 0.92$, $m_2 = 0.94$, $m_3 = 0.89$, $m_4 = 0.90$, $m_5 = 0.91$.

Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x) = (x - m_1)^2 + (x - m_2)^2 + \cdots + (x - m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcule dicho valor x.

b) (1 punto) Aplique el método de integración por partes para calcular la integral $\displaystyle\int_1^2 x^2 \ln(x)dx$, donde $\ln$ significa logaritmo neperiano.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados los planos $\pi_1 \equiv 4x + 6y - 12z + 1 = 0$, $\quad \pi_2 \equiv -2x - 3y + 6z - 5 = 0$, se pide:

a) (1 punto) Calcular el volumen de un cubo que tenga dos de sus caras en dichos planos.
b) (1.5 puntos) Para el cuadrado de vértices consecutivos $ABCD$, con $A(2, 1, 3)$ y $B(1, 2, 3)$, calcular los vértices C y D, sabiendo que C pertenece a los planos π_2 y $\pi_3 \equiv x - y + z = 2$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

El 60% de las ventas en unos grandes almacenes corresponden a artículos con precios rebajados. Los clientes devuelven el 15% de los artículos que compran rebajados, porcentaje que disminuye al 8% si los artículos han sido adquiridos sin rebajas.

a) (1.25 puntos) Determine el porcentaje global de artículos devueltos.
b) (1.25 puntos) ¿Qué porcentaje de artículos devueltos fueron adquiridos con precios rebajados?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 2 \\ -2 & 4 & m \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto) Obtener los valores del parámetro m para los que la matriz A admite inversa.
b) (1 punto) Para $m = 0$, calcular $A \cdot B$ y $A^{-1} \cdot B$.
c) (0.5 puntos) Calcular $B \cdot B^t$ y $B^t \cdot B$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función $f(x) = \dfrac{|x|}{\sqrt{x^2+9}}$, se pide:

a) (0.5 puntos) Determinar, si existen, las asíntotas horizontales de $f(x)$.
b) (0.75 puntos) Calcular $f'(4)$.
c) (1.25 puntos) Hallar el área del recinto limitado por la la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto $P(1,1,1)$ y las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ 5x + z = 6 \end{array} \right.$, $s \equiv \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1/3}$, se pide:

a) (1 punto) Hallar la distancia del punto P a la recta r.
b) (1 punto) Estudiar la posición relativa de las rectas r y s.
c) (0.5 puntos) Hallar el plano perpendicular a la recta s y que pasa por el punto P.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos.

En una fábrica se elaboran dos tipos de productos: A y B. El 75% de los productos fabricados son de tipo A y el 25% de tipo B. Los productos de tipo B salen defectuosos un 5% de las veces, mientras que los de tipo A salen defectuosos un 2.5% de las veces.

a) (1 punto) Si se fabrican 5000 productos en un mes, ¿cuántos de ellos se espera que sean defectuosos?
b) (1.5 puntos) Un mes, por motivos logísticos, se cambió la producción, de modo que se fabricaron exclusivamente productos de tipo A. Sabiendo que se fabricaron 6000 unidades, determinar, aproximando la distribución por una normal, la probabilidad de que haya más de 160 unidades defectuosas.

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2017-2018**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 10 \\ 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 5\alpha \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 37/2 \\ 11 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1.25 puntos) Discutir el rango de la matriz A, en función de los valores del parámetro α.
b) (0.75 puntos) Para $\alpha = 0$, calcular, si es posible, A^{-1}.
c) (0.5 puntos) Resolver, si es posible, el sistema $AX = B$, en el caso $\alpha = 1$.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 8e^{2x-4} & \text{si} \quad x \le 2 \\ \dfrac{x^3 - 4x}{x - 2} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ y se pide:

a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de f en $x = 2$.
b) (1 punto) Calcular las asíntotas horizontales de $f(x)$. ¿Hay alguna asíntota vertical?
c) (0.75 puntos) Calcular $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Se consideran los vectores $\vec{u} = (-1, 2, 3)$, $\vec{v} = (2, 0, -1)$ y el punto $A(-4, 4, 7)$. Se pide:

a) (1 punto) Determinar un vector $\vec{w_1}$ que sea ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$, unitario y con tercera coordenada negativa.
b) (0.75 puntos) Hallar un vector no nulo $\vec{w_2}$ que sea combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y ortogonal a $\vec{v}$.
c) (0.75 puntos) Determinar los vértices del paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y una de sus diagonales es el segmento $\overline{OA}$.

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13.8% de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43% de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

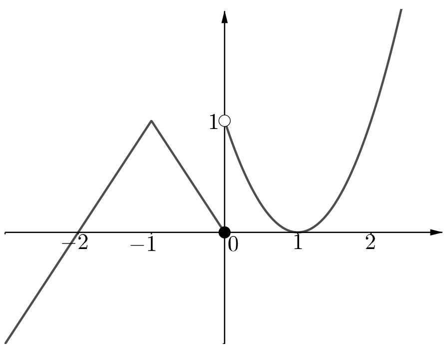
a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?
b) (1.5 puntos) Cierto test diagnostica correctamente el 96% de los casos positivos de diabetes, pero da un 2% de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.

Ejercicio 2 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.



El dibujo adjunto muestra la gráfica de una función $y = f(x)$. Usando la información de la figura, se pide:

a) (0.5 puntos) Indicar los valores de $f(-1)$ y $f'(1)$.
b) (1 punto) Justificar, usando límites laterales, si f es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.
c) (0.5 puntos) Indicar razonadamente si f es derivable en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.
d) (0.5 puntos) Determinar el valor de $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados el punto $P(0,-1,1)$ y la recta r, que pasa por el punto $Q(1,0,1)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (0,1,2)$, se pide:

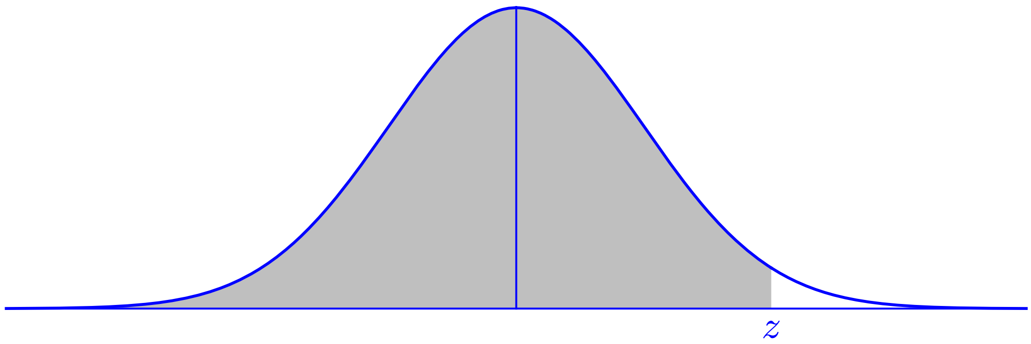
a) (0.5 puntos) Hallar la ecuación implícita del plano que contiene a r y pasa por P.
b) (0.5 puntos) Encontrar el punto S contenido en r tal que el vector $\overrightarrow{SP}$ sea perpendicular a la recta r.
c) (1.5 punto) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son el punto P y dos puntos T_1, T_2, contenidos en la recta r, que están a distancia $\sqrt{5}$ de P.

Ejercicio 4 . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media $\mu = 8.5$ y desviación típica $\sigma = 2.5$. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular el valor a tal que $P(X \leq a) = 0.05$.
b) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que la variable tome un valor comprendido entre 8 y 9.3.

Distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $\mathrm{N}(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990