SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

Ensaya 1: Con la calculadora, halla la media y la desviación típica de los valores 1, 4, 5, 6, 14.
Solución:
(1) Borrar los datos de memoria: Pulsar $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{AC}}$.
(2) Introducir los datos:
1 $\boxed{\text{M+}}$ 4 $\boxed{\text{M+}}$ 5 $\boxed{\text{M+}}$ 6 $\boxed{\text{M+}}$ 14 $\boxed{\text{M+}}$.
(3) $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\to \bar{x}$ (media) $\to$ 6; $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\to \sigma_n \to$ 4,335896678.

Ensaya 2: Con la calculadora, halla la media y la desviación típica de los valores:

Nota: x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos: f_i	2	3	6	10	22	15	12	7	5	3

Solución:
Para datos agrupados:
(1) Poner la calculadora en el modo SD y borrar los datos de memoria: $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{AC}}$.
(2) Introducir los datos como sigue:
1 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 2 $\boxed{\text{M+}}$ 2 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 3 $\boxed{\text{M+}}$ 3 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 6 $\boxed{\text{M+}}$ 4 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 10 $\boxed{\text{M+}}$
5 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 22 $\boxed{\text{M+}}$ 6 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 15 $\boxed{\text{M+}}$ 7 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 12 $\boxed{\text{M+}}$ 8 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 7 $\boxed{\text{M+}}$
9 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 5 $\boxed{\text{M+}}$ 10 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{,}$ 3 $\boxed{\text{M+}}$
(3) Los parámetros se obtienen pulsando:
$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\to \bar{x}$ = 5,658823529; $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\to \sigma_n$ = 1,991469698

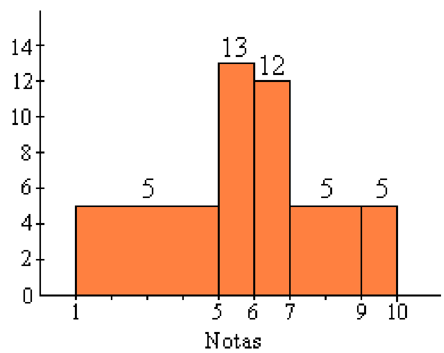
1. En la siguiente tabla se dan los datos correspondientes a las notas de Matemáticas de 60 alumnos de 1º Bachillerato.

Notas	IN: [1, 5)	SF: [5, 6)	BI: [6, 7)	NT: [7, 9)	SB: [9, 10]
Nº de alumnos	20	13	12	10	5

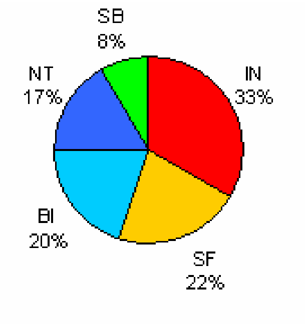
a) Haz una tabla de frecuencias y porcentajes, simple y acumulada.
b) Dibuja el correspondiente histograma.
c) Representa los datos mediante un diagrama de sectores y mediante una poligonal acumulativa.
Solución:
a)

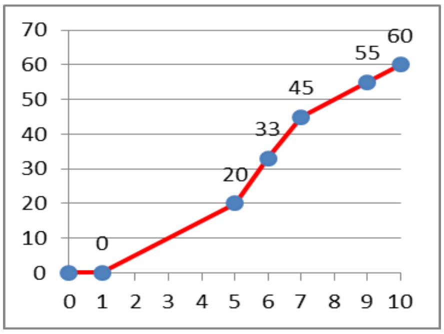
Notas	**M.c.**	f_i	F_i	fr_i	**%**	**%a**
[1, 5)	3	20	20	0,333	33,3	33,3
[5, 6)	5,5	13	33	0,217	21,7	55
[6, 7)	6,5	12	45	0,200	20	75
[7, 9)	8	10	55	0,167	16,7	91,7
[9, 10]	9,5	5	60	0,083	8,3	100
TOTALES		60		1	100	

b) La altura de cada rectángulo se halla dividiendo la frecuencia que representa entre la longitud del intervalo:
20 : 4 = 5; 13 : 1 = 13; 12 : 1 = 12;
10 : 2 = 5; 5 : 1 = 5.



c) Como a los 60 alumnos les corresponde 360º (el círculo completo) $\Rightarrow$ a 1 alumno $\to$ 6º.
Por tanto, la asignación de sectores para cada nota es:
IN: 120º; SF: 78º; BI: 72º; NT: 60º; SB: 30º. (En el gráfico se aproximan los porcentajes).





2. El número de turismos matriculados en España, para el período 2007/2018, se da en la siguiente tabla:

Año	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Miles de turismos	1634	1185	971	1000	818	711	742	890	1094	1230	1342	1425

a) Tomando como base 100 el número de turismos matriculados en el año 2007 expresa en números índices la variación de la serie.
a) (Optativo). Represente los datos mediante una poligonal simple usando Excel.
Solución:
a) Si asignamos a 2007 la base 100, multiplicando el número de vehículos matriculados en cada año por $\frac{100}{1634}$, se obtiene:

Año	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Miles de turismos	1634	1185	971	1000	818	711	742	890	1094	1230	1342	1425
Índice	100	72,5	59,4	61,2	50,0	43,5	45,4	54,5	67,0	75,3	82,1	87,2

(Puedes obtener pequeñas diferencias, de décimas, en los resultados debidas al redondeo en los miles de turismos. Los datos proporcionados por el INE son los adjuntos).

b) Para representar con Excel:
1) Teclear los datos del problema.
2) Insertar gráfico $\to$ ir a gráficos recomendados (poligonal; barras; …).
3) Títulos del eje $\to$ indicarlos.
4) Estilo de gráfico $\to$ buscar el preferido; también puede elegirse colores.

Nota: En el año 2008 se produjo en España, y en más países, una gran crisis económica, que se aprecia perfectamente en el gráfico.

3. La precipitación (P) y la temperatura media mensual (T) registradas en Soria a lo largo del año son:

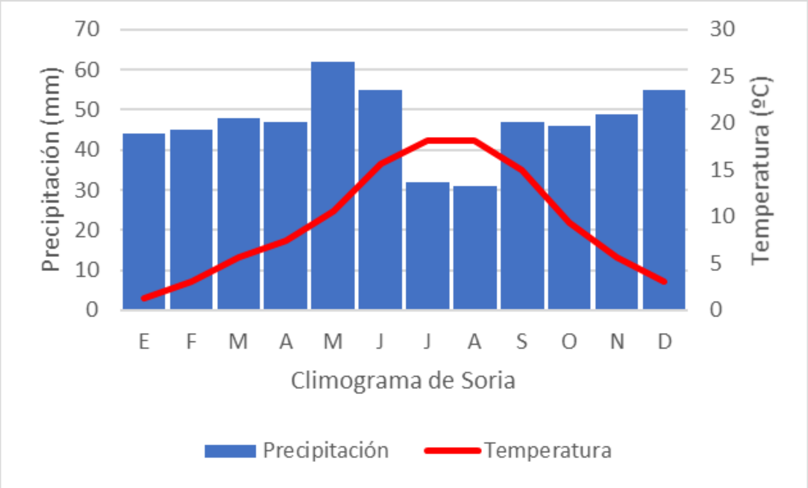
Mes	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
P (mm)	44	45	48	47	62	55	32	31	47	46	49	55
T (ºC)	1,3	3,1	5,6	7,5	10,6	15,6	18,1	18,1	15	9,4	5,6	3,1

Representa gráficamente estos datos mediante un climograma.

Solución*:*

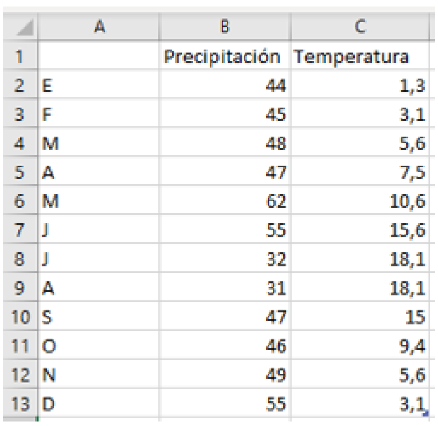
En estos gráficos, la precipitación se representa mediante un diagrama de barras (con escasa separación entre dos barras consecutivas); la temperatura suele representarse mediante una línea poligonal. En este caso, los valores de la precipitación se indican en el eje vertical de la izquierda; los de temperatura, en el eje vertical de la derecha.

En el eje horizontal se indican los meses del año.

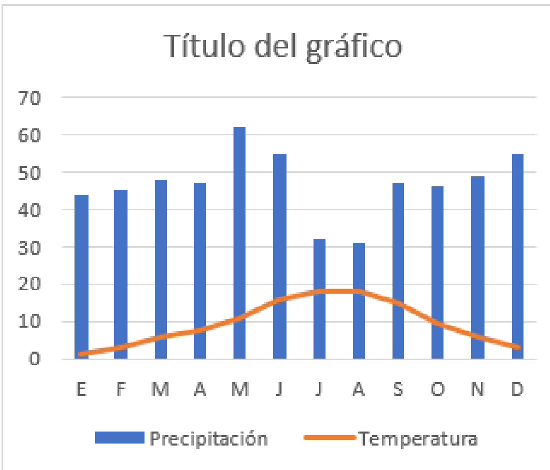


Para dibujar con Excel: es equivalente a Gráfico en Microsoft Word

1) En barra de herramienta Insertar Gráfico (en este caso Combinado).
2) Teclear los datos como se indican (con coma decimal: 1,3; …).
Aparece el siguiente gráfico de la derecha.



	A	B	C
1		Precipitación	Temperatura
2	E	44	1,3
3	F	45	3,1
4	M	48	5,6
5	A	47	7,5
6	M	62	10,6
7	J	55	15,6
8	J	32	18,1
9	A	31	18,1
10	S	47	15
11	O	46	9,4
12	N	49	5,6
13	D	55	3,1



3) Dando formato a los ejes; poner títulos; determinar escalas…, se consigue el aspecto del Climograma de Soria que se ha dado inicialmente.

Nota: Para más detalles ver el punto **Recursos informáticos: confección de gráficos**.

4. Siete estudiantes han leído este curso el siguiente número de libros:

3 4 5 6 5 7 5

Para estos datos, determina:

a) La media. b) La mediana. c) La moda. d) El rango.

Solución:

a) $\bar{x} = \frac{3+4+5+6+5+7+5}{7} = \frac{35}{7} = 5$.

b) Se ordenan los datos: 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7. El cuarto dato es la mediana, su valor es 5.

c) El 5 es el dato que más se repite: es la moda.

d) Rango: 7 – 3 = 4.

5. En una empresa hay 3 directivos, 50 operarios y 8 vendedores. Los sueldos mensuales, en euros, de cada categoría son los siguientes: directivos, 4000 €; operarios, 1400 €; vendedores, 2000 €.
a) Halla la moda, la mediana y la media de los sueldos.
b) ¿Qué medida es más representativa del promedio?

Solución:

a) El sueldo que más se repite es la moda: 1400 €.

Mediana:

Ordenados los sueldos de menor a mayor, los 50 primeros datos son 1400. El valor del dato 31º, que sería el correspondiente a la mediana, vale 1400 €.

Media (ponderada):

$$\bar{x}_p = \frac{1400 \cdot 50 + 2000 \cdot 8 + 4000 \cdot 3}{50+8+3} = \frac{98000}{61} = 1606,56 .$$

b) Ninguna es mala, aunque dado el peso de los operarios la más representativa sería la moda.

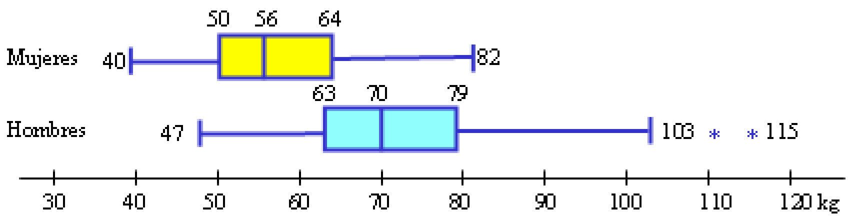
6. En primero de bachillerato de un centro escolar hay tres grupos, A, B y C, con 30, 35 y 25 alumnos, respectivamente. La nota media en Matemáticas fue, también respectivamente, de 5,3, 6,5 y 5,6. Halla la nota media de Matemáticas de todos los alumnos de primero.

Solución:

Se trata de una media ponderada: hay que tener en cuenta el número de alumnos de cada grupo.

$$\bar{x}_p = \frac{30 \cdot 5,3 + 35 \cdot 6,5 + 25 \cdot 5,6}{90} = 5,85.$$

7. El gráfico siguiente representa los pesos (en kg) de un grupo similar de hombres y mujeres.



a) Indica los valores de las medianas respectivas.
b) ¿Cuánto vale en cada caso el rango intercuartílico?
c) ¿Hay algún elemento extraño? ¿Cuál es su peso?
d) ¿Qué porcentaje de mujeres pesa entre 40 y 50 kg?
e) ¿Dónde se da más homogeneidad de pesos, entre los más flacos o entre los más pesados?

Solución:

El diagrama dado se llama "gráfico de cajas y bigotes". Estos gráficos sintetizan la información de una distribución de datos partiéndola en cuatro partes con igual número de datos (el 25 % de los datos en cada parte). Los puntos de división son los cuartiles. Suelen ir acompañados de una línea numerada para facilitar su lectura.
–Las dos partes interiores se representan con dos *cajas*. La línea vertical dentro de la caja indica la mediana; el lado izquierdo de la caja marca el primer cuartil, C1; el lado derecho, el tercer cuartil, C3. Por lo tanto, en las cajas está el 50 % central de la distribución. La anchura de la caja da el rango intercuartílico.
–Las dos partes exteriores se representan mediante *bigotes*. La parte de la izquierda se corresponde con el 25 % de los datos por debajo del primer cuartil; la de la derecha, con el 25 % de los datos por encima del tercer cuartil.
–Los *elementos extraños* (outside) que se marcan con un asterisco, son los datos que están a más de 1,5 veces el rango intercuartílico por debajo o por encima del primer o tercer cuartil, respectivamente.

a) Mujeres: 56 kg. Hombres: 70 kg.

b) Mujeres: C3 – C1 = 64 – 50 = 14 kg. Hombres: 79 – 63 = 16 kg.

c) Como el rango intercuartílico en hombres es 16 y el tercer cuartil vale 79, son extraños los elementos con peso superior a 79 + 1,5 ·16 = 103 kg. Por tanto, en hombres hay dos elementos extraños: 110 y 115 kg. Son los marcados con *.

d) El 25 % de las mujeres pesa entre 40 y 50 kg: 40 kg es el peso más bajo; 50 kg es el peso correspondiente al primer cuartil.

e) Si se consideran flacos al 50 % de los que pesan menos, hay más homogeneidad entre los flacos. La misma conclusión puede sacarse si se consideran flacos los elementos con peso por debajo del del primer cuartil; y "pesados", a los que tienen un peso por encima de tercer cuartil.

8. El cociente intelectual de los 210 alumnos de un centro de bachillerato se da en la tabla:

Intervalo	[82, 90)	[90, 98)	[98, 106)	[106, 114)	[114, 122)	[122, 130)	[130, 138)	[138, 146)
Frecuencia	12	32	49	54	30	17	11	5

a) Calcula los cuartiles y el rango intercuartílico.
b) Halla la diferencia entre los deciles 3 y 6.
c) Calcula la puntuación necesaria para pertenecer al 15 % de alumnos con mayor cociente intelectual.
d) Teniendo en cuenta lo hecho en el punto de **Recursos informáticos** (Gráfico de Cociente intelectual, F. acumulada), da una explicación gráfica para cada una de las preguntas anteriores.
Solución:
Para contestar a estas preguntas es necesario hallar la tabla de frecuencias acumuladas.

Intervalo	[82, 90)	[90, 98)	[98, 106)	[106, 114)	[114, 122)	[122, 130)	[130, 138)	[138, 146)
Frecuencia	12	32	49	54	30	17	11	5
F. acum.	12	44	93	147	177	194	205	210

Hay 210 alumnos.
Si se dividen en cuatro cuartiles, cada uno de ellos contiene a 52,5 alumnos. Vendrían dados por el cociente intelectual de los alumnos 52,5 (para evitar sufrimientos elegimos al 53º), cuartil C1; alumno 105º, C2; alumno 158º, C3.
Si se dividen en deciles hay que hacer grupos de 21.

a) La posición de C1 es la del elemento 53º: $\frac{210}{4} = 52,5 \rightarrow 53º$. Por tanto, C1 = 98 + 9 · $\frac{8}{49}$ = 99,5. (53 = 44 + 9 → 98 es el cociente intelectual del individuo 44º; los siguientes 49 individuos avanzan 8 puntos en total, luego 9 de ellos avanzarán 9 · $\frac{8}{49}$).

El valor de C2 es la puntuación del individuo situado en la posición de C2 es 105º (= 93º + 12º). Por tanto, C2 = 106 + 12 · $\frac{8}{54}$ = 107,8. (106 es el cociente intelectual del individuo 93º).

La posición de C3 es 158. Por tanto, C3 = 114 + 11 · $\frac{8}{30}$ = 116,9.

Recorrido intercuartílico: C3 – C1 = 17,4.

b) La puntuación de D3 es la correspondiente al individuo 63ª ⇒ D3 = 98 + 19 · $\frac{8}{49}$ = 101,1.

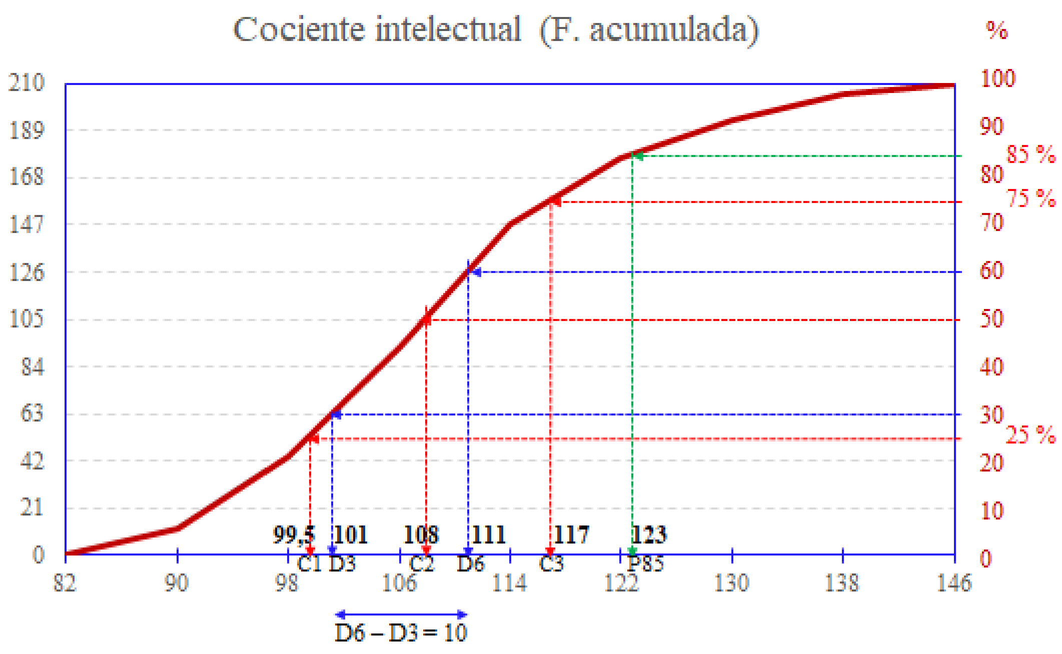
La posición de D6 es la 126ª. Por tanto, D6 = 106 + 33 · $\frac{8}{54}$ = 110,9.

Por tanto, D6 – D3 = 110,9 – 101,1 = 9,8.

c) Hay que calcular el percentil 85, cuya posición es la 179ª.

Por tanto, P_{85} = 122 + 2 · $\frac{8}{17}$ = 122,9.

d) Se retoca el gráfico para que su interpretación sea más directa. En el eje vertical izquierdo se secuencian las frecuencias de 21 en 21, que se corresponden con el 10 % de los 210 alumnos. Trazando líneas horizontales hasta su corte con la poligonal, por las alturas C1 (25 %), D3 (30 %), C2 (50 %), D6 (60 %), C3 (75 %) y P_{85} (85 %), y proyectando los cortes sobre el eje horizontal se obtienen, aproximadamente, los valores de cociente intelectual que se indican: 99,5, 101, 108, 111, 117 y 123, respectivamente. (Se ajustan bastante bien a los encontrados algebraicamente).



9. Se ha preguntado a 50 mujeres sobre su número de hijos, obteniéndose los resultados:

0 1 1 2 2 0 1 5 4 3 2 1 0 2 0 0 2 1 4 2 2 0 1 3 2
1 2 3 3 5 2 1 1 4 1 4 2 3 1 3 1 0 0 2 2 2 0 3 1 2

Construye la tabla de frecuencias y calcula la media, varianza y desviación típica.

Solución:

El número de hijos y la frecuencia correspondiente se indican en las dos primeras columnas de la siguiente tabla; las demás columnas servirán para el cálculo de los parámetros.

Hijos: x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
0	9	0	0
1	13	13	13
2	15	30	120
3	7	21	63
4	4	16	64
5	2	10	125
Sumas	50	90	250

De donde:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{90}{50} = 1,8 .$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{250}{50} - 1,8^2 = 1,76 \Rightarrow \sigma = 1,33.$$

10. Se ha realizado una encuesta a los 40 empleados de una empresa para saber cuánto tiempo tardan en llegar desde su casa hasta su puesto de trabajo. Las respuestas, en minutos, son las siguientes:

30 42 37 50 15 35 90 65 38 45 30 12 78 20 35 41 25 32 85 25
41 28 50 30 20 60 14 36 48 32 27 30 76 30 51 28 25 22 17 10

a) Construye la tabla de frecuencias agrupando los datos en intervalos.

b) Calcula la mediana, la moda, la media y la desviación típica.

Solución:

a)

Tiempo	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$	F_i
[10, 20)	15	5	75	1125	5
[20, 30)	25	9	225	5625	14
[30, 40)	35	12	420	14700	26
[40, 50)	45	5	225	10125	31
[50, 60)	55	3	165	9075	34
[60, 70)	65	2	130	8450	36
[70, 80)	75	2	150	11250	38
[80, 90]	85	2	170	14450	40
TOTALES		40	1560	74800	

b) La posición de la mediana es la 20ª, es decir, está en el intervalo [30, 40).

Por tanto, Me = 30 + 6 · $\frac{12}{10}$ = 37,2 minutos.

El intervalo modal es [30, 40) y la clase modal es Mo = 35.

Media: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{1560}{40}$ = 39 minutos.

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{74800}{40} - 39^2}$ = 18,7 minutos.

11. Halla la media y la desviación típica de los datos correspondientes al diagrama de tallo y hojas adjunto.

3	7
4	3 5 5 6 6 7 7 7 8 9
5	0 0 1 2 3 4 5 6 7
6	0 1 2 3
7	7

3 | 7 representa 37 kilos

<u>Solución</u>:
Utilizando la calculadora.

$$\bar{x} = \frac{37+43+45\cdot 2+46\cdot 2+47\cdot 3+...+77}{25} = 52,04.$$

σ = 8,0813,03 kg.

12. Los rendimientos medios (en kilogramos por hectárea) en España, para los cereales que se indican, fueron:

Año	2010	2011	2012	2013	2014
Trigo	2150	3100	2300	2830	2840
Maíz	9450	9220	9720	9510	9110

Halla los rendimientos medios para el quinquenio de cada cereal. ¿Qué cereal es más fiable?
<u>Solución</u>:
T representa al trigo y M al maíz.

$\bar{x}$ (T) = 2644 kg/ha; σ(T) = 358,7 kg/ha ⇒ *CV*(T) = 13,57 %

$\bar{x}$ (M) = 9402 kg/ha; σ(M) = 216 kg/ha ⇒ *CV*(M) = 2,3 %

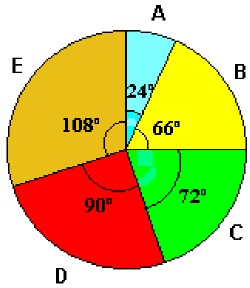
Es más fiable el cereal que tenga asociado un coeficiente de variación menor: el maíz.

<u>Cálculos</u>:
Trigo → (1) Borrar los datos de memoria: Pulsar $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{AC}}$.
(2) Introducir los datos:
2150 $\boxed{\text{M+}}$ 3100 $\boxed{\text{M+}}$ 2300 $\boxed{\text{M+}}$ 2830 $\boxed{\text{M+}}$ 2840 $\boxed{\text{M+}}$.
(3) $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ → $\bar{x}$ (media) → 2644; $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ → σ_n → 358,6976…
Maíz → (1) Borrar los datos de memoria: Pulsar $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{AC}}$.
(2) Introducir los datos:
9450 $\boxed{\text{M+}}$ 9220 $\boxed{\text{M+}}$ 9720 $\boxed{\text{M+}}$ 9510 $\boxed{\text{M+}}$ 9110 $\boxed{\text{M+}}$.
(3) $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ → $\bar{x}$ (media) → 9402; $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ → σ_n → 216,0925…

13. A un congreso asisten seis mujeres cuyas edades son: 27 34 38 42 33 36 (años)
a) Calcula la media y varianza de sus edades.
b) Cinco años después coinciden las mismas mujeres. A partir de los cálculos anteriores, halla la nueva media y varianza de sus edades.
<u>Solución</u>:
a) $\bar{x}$ = 35 años. σ^2 = 21,33.

b) Pasados 5 años las edades son: 32, 39, 43, 47, 38, 41.
La nueva media sube 5 años: $\bar{x}$ [+5] = $\bar{x}$ + 5 = 35 + 5 = 40.
La varianza no cambia: σ^2[+5] = σ^2 = 21,33.

14. El siguiente gráfico representa un total de 600 elementos. ¿Cuál es la frecuencia de cada categoría?



<u>Solución</u>:
Hay que resolver reglas de tres directas.

Si 360º ⟶ 600; 1º ⟶ $\frac{600}{360} = \frac{5}{3}$ elementos.

24º ⟶ 40 elementos; 66º ⟶ 110 elementos; 72º ⟶ 120 elementos;
90º ⟶ 150 elementos; 108º ⟶ 180 elementos.

Se obtiene:

Categoría	A	B	C	D	E
Frecuencia: f_i	40	110	120	150	180