

SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Halla el intervalo solución de las siguientes inecuaciones:

a) $-x + 2 < 3$. b) $\frac{x-1}{2} \geq x + 3$. c) $2x \leq 3 + 5x$. d) $2x - 2 - \frac{2-3x}{5} \geq x + \frac{1}{2}$.

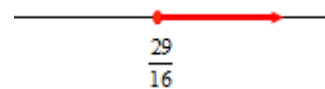
Solución:

a) $-x + 2 < 3 \rightarrow$ (se trasponen la x y el 3) $\rightarrow 2 - 3 < x \Rightarrow x > -1$. Intervalo $(-1, +\infty)$.

b) $\frac{x-1}{2} \geq x + 3 \rightarrow$ (se multiplica por 2) $\rightarrow 2 \cdot \frac{x-1}{2} \geq 2(x+3) \Rightarrow x-1 \geq 2x+6 \rightarrow$
 (se trasponen la x y el 6) $\rightarrow -1-6 \geq 2x-x \Rightarrow -7 \geq x \Rightarrow x \leq -7$. Intervalo $[-7, +\infty)$.

c) $2x \leq 3 + 5x \rightarrow$ (se trasponen $2x$ y 3) $\rightarrow -3 \leq 5x - 2x \Rightarrow -3 \leq 3x \Rightarrow -1 \leq x \Rightarrow x \geq -1 \rightarrow [-1, +\infty)$.

d) $2x - 2 - \frac{2-3x}{5} \geq x + \frac{1}{2} \rightarrow$ (se multiplica por 10, después se trasponen términos, se agrupa y se despeja) $\rightarrow 20x - 20 - 2(2-3x) \geq 10x + 5 \Rightarrow 20x - 10x + 6x \geq 5 + 20 + 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 16x \geq 29 \Rightarrow x \geq \frac{29}{16}$.



2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 - 3 > 0$. b) $1 - x^2 > 0$. c) $2x^2 - 6x \leq 0$. d) $(x+3)(2x-5) < 0$.
 e) $x^2 + 5x - 14 < 0$. f) $2x^2 - 4x + 2 \geq 0$. g) $x^2 + 2 < 0$. h) $x^3 \leq -8$.

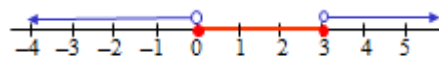
Solución:

a) $x^2 - 3 > 0 \Rightarrow x^2 > 3 \Rightarrow x > \sqrt{3}$ o $x < -\sqrt{3}$. Intervalo $x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$.

b) $1 - x^2 > 0 \Rightarrow 1 > x^2 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$.

c) $2x^2 - 6x \leq 0 \Rightarrow 2x(x-3) \leq 0$.

Las soluciones de la ecuación $2x(x-3) = 0$ son $x = 0$ y $x = 3$.



Puede hacerse una tabla como la siguiente.

Intervalo	$(-\infty, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
Signo de $2x$	-	+	+
Signo de $(x-3)$	-	-	+
Signo de $2x(x-3)$	$(-)(-) \rightarrow (+)$	$(+)(-) \rightarrow (-)$	$(+)(+) \rightarrow (+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación $2x^2 - 6x \leq 0$ son: $x \in [0, 3]$.

d) $(x+3)(2x-5) < 0 \rightarrow$ los factores se anulan en $x = -3$ y $x = 5/2$, respectivamente.

Se consideran los intervalos $(-\infty, -3)$, $(-3, 5/2)$ y $(5/2, +\infty)$

Los signos de los factores $(x+3)$ y $(2x-5)$ son, respectivamente:

$(-)(-) \rightarrow (+)$; $(+)(-) \rightarrow (-)$; $(+)(+) \rightarrow (+)$.

En consecuencia, las soluciones de la inecuación $(x+3)(2x-5) < 0$ son: $x \in (-3, 5/2)$.

e) $x^2 + 5x - 14 < 0$.

Resolviendo la ecuación $x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} = \begin{cases} -7 \\ 2 \end{cases}$.

Hay que estudiar el signo de $x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2)$.

Se consideran los intervalos $(-\infty, -7)$, $(-7, 2)$ y $(2, +\infty)$.

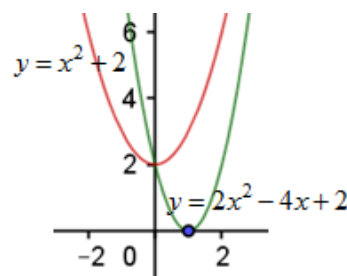
Los signos de los factores $(x + 7)$ y $(x - 2)$ son, respectivamente:

$(-)(-) \rightarrow (+)$; $(+)(-) \rightarrow (-)$; $(+)(+) \rightarrow (+)$.

Las soluciones de la inecuación $x^2 + 5x - 14 < 0$ son los valores de $x \in (-7, 2)$.

f) $2x^2 - 4x + 2 \geq 0 \rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{-8}}{4} \rightarrow$ nunca se hace 0.

Si $2x^2 - 4x + 2$ nunca se hace 0, entonces, o siempre es positiva o, por el contrario, siempre será negativa. Como para $x = 0$ su valor es $2 > 0$, $2x^2 - 4x + 2 \geq 0$ siempre: para todo $x \in \mathbf{R}$.



g) $x^2 + 2 < 0 \rightarrow$ no tiene solución: el cuadrado de cualquier número, x , siempre es positivo; si se le suma 2, seguirá siendo positivo.

Observación para f) y g). Como puede verse, las gráficas de las parábolas $y = 2x^2 - 4x + 2$ e $y = x^2 + 2$ nunca toman valores negativos.

h) $x^3 \leq -8 \rightarrow x \leq \sqrt[3]{-8} \Rightarrow x \leq -2$.

3. Resolver las siguientes inecuaciones de tercer grado:

a) $(x + 2)(x^2 - 4x) \geq 0$. b) $(x - 1)(1 + x^2) > 0$. c) $(x - 1)(x - 3)(x - 5) < 0$.

Solución:

En todos los casos hay que estudiar los signos de los factores.

a) $(x + 2)(x^2 - 4x) \geq 0$.

1) Se continúa la descomposición factorial:

$$(x + 2)(x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 4)x = 0.$$

2) Se representan las raíces $x = -2$, $x = 0$ y $x = 4$.

Se obtienen los intervalos:

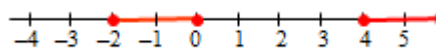
$$x < -2, \quad -2 < x < 0, \quad 0 < x < 4, \quad x > 4.$$

3) Los signos de los factores de $(x + 2)(x - 5)x$ son, respectivamente:

$(-)(-)(-) \rightarrow (-)$; $(+)(-)(-) \rightarrow (+)$; $(+)(-)(+) \rightarrow (-)$; $(+)(+)(+) \rightarrow (+)$.

Los extremos de los intervalos cumplen la igualdad a 0.

4) En consecuencia, las soluciones de la inecuación son: $-2 \leq x \leq 0$ o $x \geq 4$.



b) $(x - 1)(1 + x^2) > 0$.

El segundo factor siempre es positivo; por tanto, la solución serán todos los valores que verifiquen la inecuación $x - 1 > 0$. Intervalo $x > 1$: $(1, +\infty)$.

c) $(x - 1)(x - 3)(x - 5) < 0$.

Puede recurrirse a la tabla:

Intervalo	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, 5)$	$(5, +\infty)$
Signo de $(x - 1)$	-	+	+	+
Signo de $(x - 3)$	-	-	+	+
Signo de $(x - 5)$	-	-	-	+
Signo $(x - 1)(x - 3)(x - 5)$	$(-)(-)(-) \rightarrow (-)$	$(+)(-)(-) \rightarrow (+)$	$(+)(+)(-) \rightarrow (-)$	$(+)(+)(+) \rightarrow (+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación son: $x < 1$ o $3 < x < 5 \rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, 5)$.

4. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x-5}{x+2} < 0$. b) $\frac{x-5}{x+2} \geq 0$. c) $\frac{2x-3}{x+2} > 1$. d) $\frac{x-3}{x^2} \geq 0$. e) $\frac{x+6}{x+2} - x \leq 0$.

Representa gráficamente el conjunto de soluciones.

Solución:

a) Para resolver la inecuación $\frac{x-5}{x+2} < 0$:

1) Se resuelven las ecuaciones $x - 5 = 0$ ($\rightarrow x = 5$) y $x + 2 = 0$ ($\rightarrow x = -2$).

Se marcan ambas soluciones en la recta; determinan los intervalos:

$(-\infty, -2)$; $(-2, 5)$; $(5, +\infty)$.



2) Se estudia el signo del numerador y denominador en cada intervalo:

- Si $x < -2$, tanto el numerador como el denominador son negativos \rightarrow cociente positivo.
- Si $-2 < x < 5$, el numerador es negativo y el denominador positivo \rightarrow cociente negativo.
- Si $x > 5$, el numerador y el denominador son positivos \rightarrow cociente positivo.

3) Por tanto, el intervalo solución de la inecuación dada es $(-2, 5)$.

b) La inecuación $\frac{x-5}{x+2} \geq 0$ es la contraria de $\frac{x-5}{x+2} < 0$.

Por tanto, sus soluciones son los valores de $x \in (-\infty, -2) \cup [5, +\infty)$.

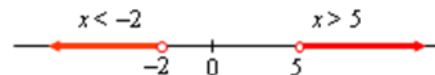
(En $x = -2$ la inecuación no tiene sentido).

c) Hay que expresar la inecuación dada en la forma $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$, para comparar el cociente con 0.

Después se procede como en los casos anteriores.

$$\frac{2x-3}{x+2} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+2} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-3-x-2}{x+2} > 0 \Rightarrow \frac{x-5}{x+2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5 > 0 \text{ y } x+2 > 0 \\ x-5 < 0 \text{ y } x+2 < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 5 \Rightarrow x \in (5, +\infty) \\ x < -2 \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \end{cases}$$



d) $\frac{x-3}{x^2} \geq 0 \rightarrow$ Hay que observar que el denominador nunca es negativo (teniendo en cuenta que se anula en $x = 0$). Por tanto, el signo del cociente solo depende del numerador, que se anula en $x = 3$. Los intervalos que hay que considerar son: $(-\infty, 0)$; $(0, 3)$; $(3, +\infty)$.

Los signos, respectivamente, son los que se indican: $\frac{(-)}{(+)} \rightarrow (-)$; $\frac{(-)}{(-)} \rightarrow (+)$; $\frac{(+)}{(+)} \rightarrow (+)$

La solución es el intervalo $[3, +\infty)$.

e) $\frac{x+6}{x+2} - x \leq 0 \rightarrow$ (operando) $\rightarrow \frac{x+6-x(x+2)}{x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x^2-x+6}{x+2} \leq 0 \rightarrow$ (se descompone en factores el numerador: $-x^2-x+6 = -(x+3)(x-2) \rightarrow \frac{-(x+3)(x-2)}{x+2} \leq 0$.

Conviene “darle la vuelta” y expresarla así: $\frac{(x+3)(x-2)}{x+2} \geq 0$.

El numerador se anula en $x = -3$ y $x = 2$; el denominador lo hace en $x = -2$.

Hay que considerar los intervalos: $(-\infty, -3)$; $(-3, -2)$; $(-2, 2)$; $(2, +\infty)$.

En esquema, los signos que se corresponden con cada uno de esos intervalos, respectivamente, son:

$$\frac{(-) \cdot (-)}{(-)} \rightarrow (-); \quad \frac{(+)\cdot(-)}{(-)} \rightarrow (+); \quad \frac{(+)\cdot(-)}{(+)} \rightarrow (-); \quad \frac{(+)\cdot(+)}{(+)} \rightarrow (+).$$

Las soluciones de $\frac{x+6}{x+2} - x \leq 0$ son los valores de $x \in (-3, -2) \cup (2, +\infty)$.

5. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

- a) $|2x+1| \leq 5$. b) $|x+2| \geq 4$. c) $|x+1| > 3$. d) $|x^2-2| < 1$. e) $|x^2-2x| < 1$.

Solución:

a) $|2x+1| \leq 5 \rightarrow$ debe cumplirse, a la vez, que $-5 \leq 2x+1 \leq 5$.

Restando 1 a los tres miembros y despejando:

$$-5-1 \leq 2x \leq 5-1 \Rightarrow -6 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow -3 \leq x \leq 2 \rightarrow \text{Intervalo } [-3, 2].$$

b) $|x+2| \geq 4 \rightarrow$ debe cumplirse alguna de las dos inecuaciones: $\begin{cases} x+2 \leq -4 \\ x+2 \geq 4 \end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x \leq -6 \\ x \geq 2 \end{cases} \rightarrow$ valores de $x \in (-\infty, -6] \cup [2, +\infty)$.

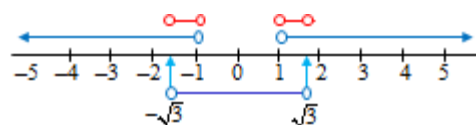
c) $|x+1| > 3 \rightarrow$ debe cumplirse alguna de las dos inecuaciones: $\begin{cases} x+1 < -3 \\ x+1 > 3 \end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x < -4 \\ x > 2 \end{cases} \rightarrow$ valores de $x \in (-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$.

d) $|x^2-2| < 1 \rightarrow$ debe cumplirse, a la vez, que $\begin{cases} x^2-2 > -1 \\ x^2-2 < 1 \end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x^2 > 1 \rightarrow -1 < x; x > 1 \\ x^2 < 3 \rightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \end{cases}$.

Los puntos comunes son $x \in (-\sqrt{3}, -1) \cup (1, \sqrt{3})$.



e) $|x^2-2x| < 1 \rightarrow$ debe cumplirse, a la vez, que $\begin{cases} x^2-2x > -1 \\ x^2-2x < 1 \end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x^2-2x+1 > 0 \rightarrow x \neq 1 \\ x^2-2x-1 < 0 \rightarrow 1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2} \end{cases}$.

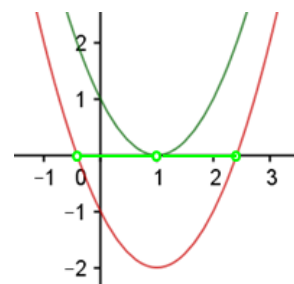
Las soluciones de la ecuación $x^2 - 2x - 1 = 0$ son: $x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 1 - \sqrt{2} \\ 1 + \sqrt{2} \end{cases}$.

Los puntos comunes son: $x \in (1 - \sqrt{2}, 0) \cup (0, 1 + \sqrt{2})$.

Si se representan las parábolas $y = x^2 - 2x + 1$ e $y = x^2 - 2x - 1$, se observa:

- 1) $y = x^2 - 2x + 1$ siempre es positiva; menos en $x = 0$, que vale 0.
- 2) $y = x^2 - 2x - 1$ es negativa en el intervalo $(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$.

Los puntos que cumplen ambas condiciones son los indicados.



6. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a) $\sqrt{2x+1} \geq 3$. b) $\sqrt{x-1} < 4$. c) $\sqrt{x^2+9} < 5$. d) $\sqrt{x^2-5} \geq 2$.

Solución:

En todos los casos conviene elevar al cuadrado. Después de resueltas las inecuaciones que se obtengan hay que comprobar que las soluciones tienen sentido.

a) $\sqrt{2x+1} \geq 3 \Rightarrow 2x+1 \geq 9 \Rightarrow 2x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$.

b) $\sqrt{x-1} < 4 \Rightarrow 0 \leq x-1 < 16 \Rightarrow 1 \leq x < 17 \rightarrow x \in [1, 17)$.

Un error frecuente es olvidar que el radicando tiene que ser mayor o igual que 0.

c) $\sqrt{x^2+9} < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2+9 < 25 \Rightarrow -9 \leq x^2 < 16$.

La desigualdad $-9 \leq x^2$ se cumple siempre.

La desigualdad $x^2 < 16$ se cumple si $-4 < x < 4$.

Las dos a la vez, cuando $x \in (-4, 4)$.

d) $\sqrt{x^2-5} \geq 2 \Rightarrow x^2-5 \geq 4 \Rightarrow x^2 \geq 9 \rightarrow x$ debe ser menor o igual que -3 , o mayor o igual que 3 .

La solución son los valores de $x \in (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$.

7. a) Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

$$\begin{cases} x + 2y \geq 20 \\ 5x + 2y \geq 36 \end{cases}$$

Indica el vértice de la región de soluciones.

b) De los puntos $P(2, 11)$, $Q(10, 7)$ y $R(2, 5)$, indica los que no sean solución, explicando el porqué.

Solución:

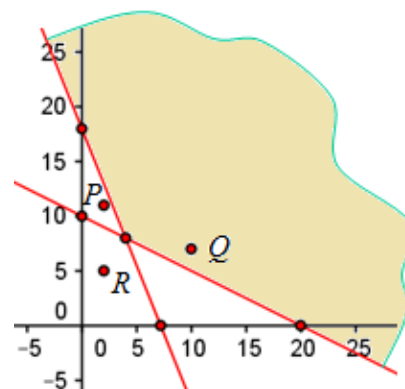
a) Las inecuaciones $x + 2y \leq 20$ y $5x + 2y \geq 36$, determinan la región del plano sombreada en la figura adjunta. Se obtiene representando las rectas:

- $x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 10 \rightarrow$ puntos $(0, 10)$ y $(20, 0)$.

Como $(0, 0)$ no cumple la inecuación, los puntos solución de $x + 2y \leq 20$ son los de semiplano de la derecha.

- $5x + 2y = 36 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{2}x + 18 \rightarrow$ puntos $(0, 18)$ y $(7, 2, 0)$.

Como $(0, 0)$ no cumple la inecuación, los puntos solución de



$5x + 2y \geq 36$ son los de semiplano de la derecha.

El conjunto de soluciones del sistema es el ángulo sombreado.

El vértice es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ 5x + 2y = 36 \end{cases} \Rightarrow x = 4; y = 8. \text{ Punto } (4, 8).$$

b) El único punto que está en la región de soluciones es $Q(10, 7)$.

El punto $P(2, 11)$ cumple solo la segunda restricción; mientras que $R(2, 5)$ no cumple ninguna de las dos.

Nota: En este y en todos los problemas que siguen, las gráficas se han realizado con [GeoGebra](http://www.geogebra.org).

8. En la figura adjunta, las rectas $2x - y = 4$ y $3x + 2y = 6$ dividen el plano en cuatro regiones: (1); (2); (3) y (4).

Escribe, para cada región, el sistema de inecuaciones que la determina.

Solución:

Pueden tomarse puntos que estén en cada una de esas regiones y ver qué valor toman “en” cada recta: si toman valores menores que 4 o 6, respectivamente, significaría que cumplen las inecuaciones $2x - y < 4$ y $3x + 2y < 6$.

Si sus valores son mayores, significaría lo contrario.

• Se elige, por ejemplo, el punto $A = (6, 0)$, que está en la región (1).

En $2x - y = 4 \rightarrow 12 - 0 = 12 > 4 \Rightarrow A = (6, 0)$ es del semiplano $2x - y > 4$.

En $3x + 2y = 6 \rightarrow 18 + 0 = 18 > 6 \Rightarrow A = (6, 0)$ es del semiplano $3x + 2y > 6$.

Por tanto, la región (1) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x - y > 4 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$.

• El punto $B = (0, 7)$, que está en la región (2), cumple:

En $2x - y = 4 \rightarrow 0 - 7 = -7 < 4 \Rightarrow B = (0, 7)$ es del semiplano $2x - y < 4$.

En $3x + 2y = 6 \rightarrow 0 + 14 = 14 > 6 \Rightarrow B = (0, 7)$ es del semiplano $3x + 2y > 6$.

Por tanto, la región (2) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x - y < 4 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$.

• El punto $C = (-5, -5)$, que está en la región (3), cumple:

En $2x - y = 4 \rightarrow -10 + 5 = -5 < 4 \Rightarrow C = (-5, -5)$ es del semiplano $2x - y < 4$.

En $3x + 2y = 6 \rightarrow -15 - 10 = -25 < 6 \Rightarrow C = (-5, -5)$ es del semiplano $3x + 2y < 6$.

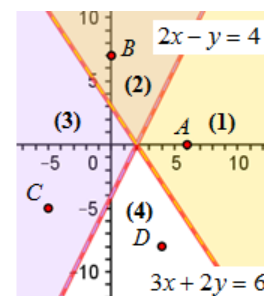
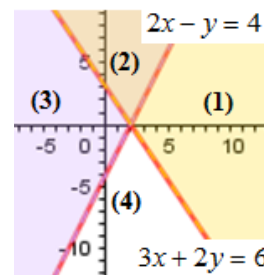
Por tanto, la región (3) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x - y < 4 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

• El punto $D = (4, -8)$, que está en la región (4), cumple:

En $2x - y = 4 \rightarrow 8 + 8 = 16 > 4 \Rightarrow D = (4, -8)$ es del semiplano $2x - y > 4$.

En $3x + 2y = 6 \rightarrow 12 - 16 = -4 < 6 \Rightarrow D = (4, -8)$ es del semiplano $3x + 2y < 6$.

Por tanto, la región (4) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x - y > 4 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.



9. Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

a) $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$; b) $\begin{cases} -x + 2y \leq 4 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x + y \leq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$; e) $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$.

Solución:

a) $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases} \rightarrow$ El conjunto de soluciones se indica en la figura adjunta.

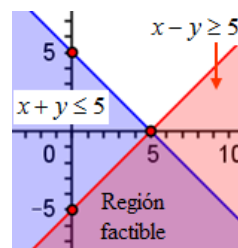
- Puntos de $x + y = 5 \rightarrow (0, 5)$ y $(5, 0)$.

Como $(0, 0)$ cumple la inecuación $x + y \leq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la izquierda.

- Puntos de $x - y = 5 \rightarrow (0, -5)$ y $(5, 0)$.

Como $(0, 0)$ no cumple la inecuación $x - y \geq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

La intersección de ambos semiplanos es la región factible.



b)
$$\begin{cases} -x + 2y \leq 4 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$$

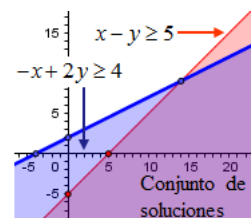
- Puntos de $-x + 2y = 4 \rightarrow (0, 2)$ y $(-4, 0)$.

Como $(0, 0)$ cumple la inecuación $-x + 2y \leq 4$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

- Puntos de $x - y = 5 \rightarrow (0, -5)$ y $(5, 0)$.

Como $(0, 0)$ no cumple la inecuación $x - y \geq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

El conjunto de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es el indicado en la figura.



c)
$$\begin{cases} 2x + y \leq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$$

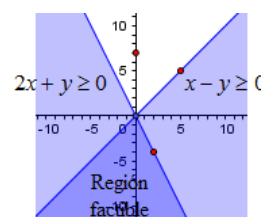
- Puntos de $2x + y = 0 \rightarrow (0, 0)$ y $(2, -4)$.

Como $(0, 7)$ no cumple la inecuación $2x + y \leq 0$, los puntos solución son los de semiplano de la izquierda. (En este caso probar con $(0, 0)$ no discrimina).

- Puntos de $x - y = 0 \rightarrow (0, 0)$ y $(5, 5)$.

Como $(0, 7)$ no cumple la inecuación $x - y \geq 0$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

La región de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es la indicada en la figura.



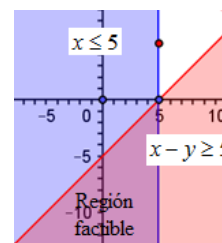
d)
$$\begin{cases} x \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$$

- El semiplano solución de $x \leq 5$ es el situado a la izquierda de la recta vertical $x = 5$

- Puntos de $x - y = 5 \rightarrow (0, -5)$ y $(5, 0)$.

Como $(0, 0)$ no cumple la inecuación $x - y \geq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

La región de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es la indicada en la figura.

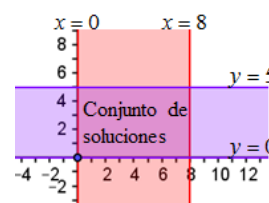


e)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

- Los puntos del plano que verifican las condiciones $0 \leq x \leq 8$ son los situados entre las rectas verticales $x = 0$ y $x = 8$.

- Los puntos del plano que verifican las condiciones $0 \leq y \leq 5$ son los de la franja comprendida entre las rectas horizontales $y = 0$ e $y = 5$.

La región de soluciones es el rectángulo de la figura.



10. Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 5x - 2y \geq 10 \\ x + y \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} .$$

Indica los vértices de la región de soluciones.

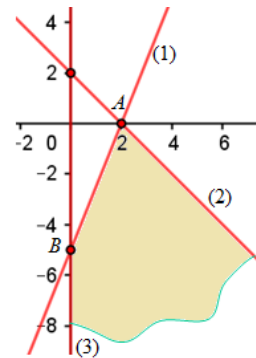
Solución:

La inecuación $5x - 2y \geq 10$ determina el semiplano que está a la derecha de la recta $5x - 2y = 10 \rightarrow (1)$. Dos de sus puntos son $(2, 0)$ y $(0, -5)$

La inecuación $x + y \leq 2$ determina el semiplano que está por debajo (a la izquierda) de la recta $x + y = 2 \rightarrow (2)$. Dos de sus puntos son $(2, 0)$ y $(0, 2)$.

La inecuación $x \geq 0$ determina el semiplano que está a la derecha de la recta $x = 0 \rightarrow (3)$.

En todos los casos se incluyen los puntos de las rectas.



Por tanto, la región de soluciones es la sombreada en la figura adjunta.

Los vértices son los puntos A y B . Sus coordenadas se calculan resolviendo los sistemas:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases} \rightarrow A(2, 0); \quad \begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow B(-5, 0).$$