SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Dados los intervalos A = [–3, 2], B = (–2, 3) y C = (–∞, 0), expresa mediante notación de intervalos:

a) $A \cup B$. b) $A \cap C$. c) $C - A$. d) $A - C$. e) $\mathbf{R} - B$.

Haz su representación gráfica en todos los casos.

Solución:

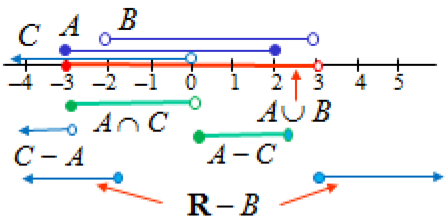
a) $A \cup B$ = [–3, 3).

b) $A \cap C$ = [–3, 0).

c) $C - A$ = (–∞, –3).

d) $A - C$ = [0, 2].

e) $\mathbf{R} - B$ = (–∞, –2] ∪ [3, +∞).



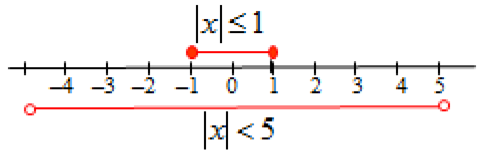
2. Indica mediante notación de intervalos los conjuntos de números reales determinados por:

a) $|x| \le 1$. b) $|x| < 5$. c) $|x-2| \le 1$. d) $|x+2| < 0,5$. e) $|x+1| < 0$.

Haz su representación gráfica en todos los casos.

Solución:

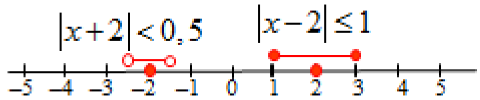
a) $|x| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le x < \le \Leftrightarrow x \in [1, 1]$.



b) $|x| < 5 \Leftrightarrow -5 < x < 5 \Leftrightarrow x \in (-5, 5)$.

c) $|x-2| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le x - 2 \le 1$ (sumando 2 a cada miembro)

$\Rightarrow -1 + 2 \le x - 2 + 2 \le 1 + 2 \Leftrightarrow 1 \le x \le 3 \Leftrightarrow x \in [1, 3]$.



d) $|x+2| < 0,5 \Leftrightarrow -0,5 < x + 2 < 0,5$ (restando 2 a cada miembro) $\Leftrightarrow$

$-0,5 - 2 < x + 2 - 2 < 0,5 - 2 \Leftrightarrow -2,5 < x < -1,5 \Leftrightarrow x \in (-2,5, -1,5)$.

e) $|x+1| < 0$. No hay ningún valor de x que cumpla esta condición: el valor absoluto siempre es mayor o igual que 0.

3. Indica mediante notación de intervalos los conjuntos de números reales determinados por:

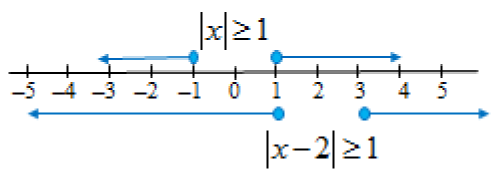
a) $|x| > 0$. b) $|x| \ge 1$. c) $|x-2| \ge 1$. d) $|x+2| \ge 0,5$. e) $|x+1| > 0$.

Haz su representación gráfica en todos los casos.

Solución:

a) $|x| > 0 \rightarrow \mathbf{R} - \{0\}$. El valor absoluto de cualquier número distinto de 0 es positivo.

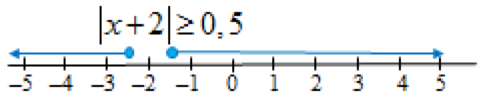
b) $|x| \ge 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -1 \\ x \ge 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$



c) $|x-2| \ge 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \le -1 \\ x-2 \ge 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le +1 \\ x \ge 3 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$.

d) $|x+2| \geq 0,5 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \leq -0,5 \\ x+2 \geq 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -2,5 \\ x \geq -1,5 \end{cases} \Rightarrow$



$\Rightarrow x \in (-\infty,\ -2,5] \cup [-1,5,\ +\infty)$.

e) $|x+1| > 0 \rightarrow$ **R** – {–1}. El valor absoluto de cualquier número distinto de 0 es positivo: –1 es el único número que hace 0 el valor absoluto dado.

4. Expresa con notación de intervalos los siguientes conjuntos de números reales *x*:

a) $-3 < x < 2$. b) $x \geq -1$. c) $5 < x \leq 7$. d) $x \leq -2$.

Solución:

a) $-3 < x < 2 \rightarrow x \in (-3,\ 2)$;

b) $x \geq -1 \rightarrow x \in [-1,\ +\infty)$.

c) $5 < x \leq 7 \rightarrow x \in (5,\ 7]$;

d) $x \leq -2 \rightarrow x \in (-\infty,\ -2]$.

5. Dados los intervalos A = (–2, 5), B = [1, 7] y C = (0, +∞), determina:

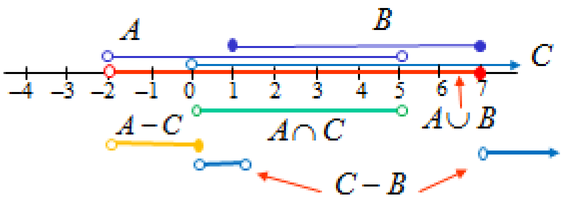
a) $A \cup B$. b) $A \cap C$. c) $A - C$. d) $C - B$.

Haz su representación gráfica en todos los casos.

Solución:

a) $A \cup B$ = (–2, 7].

b) $A \cap C$ = (0, 5).



c) $A - C$ = (–2, 0].

d) $C - B$ = (0, 1) ∪ (7, +∞).

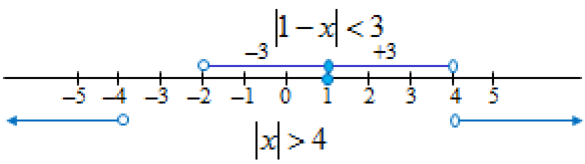
6. Representa gráficamente los números reales *x* que cumplen la condición:

a) $|x| > 4$. b) $|1-x| < 3$. c) $|x+2| \leq 2$. d) $|x-3| \geq 0,5$.

Solución:

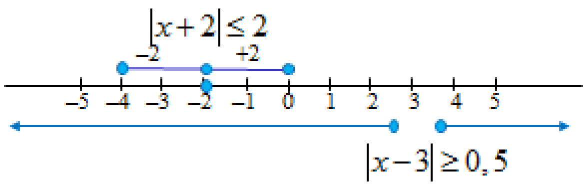
a) $|x| > 4 \rightarrow$ Números que distan de 0 más de 4

$\Leftrightarrow x \in (-\infty,\ -4) \cup (4,\ +\infty)$.



b) $|1-x| < 3 \Leftrightarrow |x-1| < 3 \rightarrow$ Números que distan de 1 menos de 3 $\Leftrightarrow x \in (-2,\ 4)$.

c) $|x+2| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x + 2 \leq 2$ (restando 2 a cada miembro) $-4 \leq x \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-4, 0]$.



d) $|x-3| \geq 0,5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \leq -0,5 \\ x-3 \geq 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2,5 \\ x \geq 3,5 \end{cases} \Rightarrow$

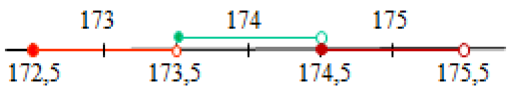
$\Rightarrow x \in (-\infty,\ 2,5] \cup [3,5,\ +\infty)$.

7. La renta per cápita de un país se ha redondeado a cientos de euros en 21500. Da el intervalo en el que se mueve ese valor de renta. ¿Qué error absoluto y relativo máximo se está asumiendo?
Solución:
Todos los números cuyo redondeo, a centenas, es 21500 están comprendidos entre 21450 y 21549,99.
Son todos los números pertenecientes al intervalo [21450, 21499,99) → como hablamos de euros hay que llegar a los céntimos.
El error absoluto máximo que se comete es de 50 €.
El error relativo máximo será: $E_r = \dfrac{50}{21450} = 0,00233... \to$ 0,233 %.

8. Comprueba que cuando se da un resultado redondeado con dos cifras decimales, el error absoluto que se asume es menor o igual que 5 milésimas.
Solución:
Redondear con dos decimales es una operación bastante frecuente. Por ejemplo, 34,2347 se redondea a 34,23; 0,4568, a 0,46; 4,005, a 4,01.
El error absoluto es de 0,0047, 0,0032 y 0,005, respectivamente.

En general:
→ si la cifra de las milésimas es 4 (o menos) la cifra de las centésimas se mantiene; así puede despreciarse una cantidad de 0,004999…. < 0,005. Por ejemplo, 12,47499 ≈ 12,47;
→ si la cifra de las de las milésimas es 5 (o más) la cifra de las centésimas sube una unidad; así puede incrementarse una cantidad de 0,005. Por ejemplo, 12,465 ≈ 12,47.
Todos los números del intervalo [12,465, 12,475) se redondean a 12,47.
En todos los casos, el error absoluto es igual o menor que 5 milésimas.

9. a) ¿Cuándo se redondea a centímetros la estatura de una persona, ¿qué error absoluto máximo se está cometiendo?
b) Si se dice que una persona mide 174 cm, ¿entre qué valores reales está su estatura? ¿Qué error relativo máximo se está cometiendo?
Solución:
a) El error máximo es de 0,5 cm. Si de una persona se dice que mide *c* cm, su estatura está entre *c* – 0,5 y *c* + 0,5 cm: en el intervalo [*c* – 0,5, *c* + 0,5).



b) Si se dice que una persona mide 174 cm, su estatura está en el intervalo [173,5, 174,5) cm.
El error relativo máximo será: $E_r = \dfrac{0,5}{174} = 0,00287... \to$ 0,287 %;

10. Un trabajador tiene 38 años y gana 1920 euros al mes. Un amigo nos dice que "redondeando" tiene 40 años y gana 2000 €/mes. ¿Cuál de los dos datos está mejor aproximado?
Solución:
Edad:
Error absoluto: $|38-40| = 2$. Error relativo: $E_r = \dfrac{2}{38} \approx 0,0526$.
Sueldo:
Error absoluto: $|1920-2000| = 80$. Error relativo: $E_r = \dfrac{80}{1920} \approx 0,0417$.

La estimación ha sido mejor en el sueldo.

11. a) Indica el orden de magnitud de los siguientes números:
$7,03 \times 10^8$; $3,203 \times 10^{12}$; $2,25 \times 10^{-3}$; $4,78 \times 10^{-5}$.
b) Escríbelos con todas sus cifras.
Solución:
a) Los órdenes de magnitud son: centenas de millón, billones, milésimas y cienmilésimas, respectivamente.

b) $7,03 \times 10^8 \to 703\ 000\ 000$; $3,203 \times 10^{12} \to 3\ 203\ 000\ 000\ 000$;
$2,25 \times 10^{-3} \to 0,00225$; $4,78 \times 10^{-5} \to 0,0000478$.

12. Escribe con notación científica, dejando cuatro cifras significativas, los siguientes números:
a) 2347800567. b) 40053890000. c) 0,0000050734. d) 0,000000070456.
Solución:
a) $2347800567 = 2,348 \times 10^9$.
b) $40053890600 = 4,005 \times 10^{10}$.
c) $0,0000050734 = 5,073 \times 10^{-6}$.
d) $0,000000070456 = 7,046 \times 10^{-8}$.