

SOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

Ensayo 1: a) $5(-3+7)-2(-9-4)$; b) $5(4-6)-2(7-5)$.

Solución:

a) $5(-3+7)-2(-9-4) = 5(+4)-2(-13) = 20+26 = 46$.

b) $5(4-6)-2(7-5) = 5(-2)-2(+2) = -10-4 = -14$.

Ensayo 2: a) $-4^2 + 2(5 - (-1)^5)^2$; b) $-(-3)^3 - (-4)^2 - 2(-5)^2$.

Solución:

a) $-4^2 + 2(5 - (-1)^5)^2 = -16 + 2(5 - (-1))^2 = -16 + 2(+6)^2 = -16 + 2 \cdot 36 = -16 + 72 = 56$.

b) $-(-3)^3 - (-4)^2 - 2(-5)^2 = -(-27) - (+16) - 2(+25) = 27 - 16 - 50 = -39$.

Ensayo 3: a) $2 - \left(\frac{5}{7} - \frac{31}{21}\right)$; b) $\frac{3}{5} - \left(\frac{5}{7} - 3\right)$.

Solución:

a) $2 - \left(\frac{5}{7} - \frac{31}{21}\right) = 2 - \left(\frac{105}{147} - \frac{217}{147}\right) = 2 - \left(-\frac{112}{147}\right) = 2 + \frac{112}{147} = \frac{2 \cdot 147 + 112}{147} = \frac{406}{147} = \frac{58}{21}$.

b) $\frac{3}{5} - \left(\frac{5}{7} - 3\right) = \frac{3}{5} - \left(\frac{5-21}{7}\right) = \frac{3}{5} - \left(-\frac{16}{7}\right) = \frac{3}{5} + \frac{16}{7} = \frac{21}{35} + \frac{80}{35} = \frac{101}{35}$.

Ensayo 4: a) $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} + \frac{1}{6} : \left(\frac{3}{5} - 1\right)$; b) $\left(\frac{7}{5} - \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{3} - \frac{4}{5} : 2$.

Solución:

a) $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} + \frac{1}{6} : \left(\frac{3}{5} - 1\right) = \frac{7}{5} - \frac{28}{15} + \frac{1}{6} : \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{7}{5} - \frac{28}{15} - \frac{5}{12} = \frac{84}{60} - \frac{112}{60} - \frac{25}{60} = -\frac{53}{60}$.

b) $\left(\frac{7}{5} - \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{3} - \frac{4}{5} : 2 = \frac{3}{5} : \frac{7}{3} - \frac{4}{10} = \frac{9}{35} - \frac{2}{5} = \frac{9}{35} - \frac{14}{35} = -\frac{5}{35} = -\frac{1}{7}$.

Ensayo 5: Halla el resultado de las operaciones siguientes:

a) $(-2)^4 + 3^2 - (5 - 4^2)$. b) $\frac{5-3^2}{1+3^2}$. c) $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{2^3}$. d) $\frac{2^7 \cdot 15^4}{10^5 \cdot 9^3}$.

Para el caso d) utiliza la descomposición factorial.

Solución:

a) $(-2)^4 + 3^2 - (5 - 4^2) = 16 + 9 - (5 - 16) = 25 - (-11) = 25 + 11 = 36$.

b) $\frac{5-3^2}{1+3^2} = \frac{5-9}{1+9} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5} = -0,4$. c) $\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{2^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{8} = \frac{1}{9} - \frac{1}{2} = \frac{2-9}{18} = -\frac{7}{18}$.

d) $\frac{2^7 \cdot 15^4}{10^5 \cdot 9^3} = \frac{2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^4}{2^5 \cdot 5^5 \cdot 3^6} = \frac{2^2}{5 \cdot 3^2} = \frac{4}{45}$.

→ **Ensayo 6:** Halla el resultado de las operaciones siguientes:

a) $\sqrt{36 \cdot 100}$. b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$. c) $\sqrt{810}$.

Solución:

- a) $\sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60$.
 b) $\sqrt{5 \cdot 125} = \sqrt{5 \cdot 25 \cdot 5} = \sqrt{625} = 25$.
 c) $\sqrt{810} = \sqrt{81 \cdot 10} = 9\sqrt{10}$.

Ensayo 7: Halla el resultado de las operaciones siguientes:

- a) $(\sqrt{2})^6$. b) $(5\sqrt{3})^2$. c) $(\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{3})^2$.

Solución:

a) $(\sqrt{2})^6 = \left[(\sqrt{2})^2 \right]^3 = 2^3 = 8$. De otra forma: $(\sqrt{2})^6 = (2^{1/2})^6 = 2^{\frac{1}{2} \cdot 6} = 2^3 = 8$.

b) $(5\sqrt{3})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 25 \cdot 3 = 75$. c) $(\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 7 - 4 \cdot 3 = -5$.

Ensayo 8: Halla el resultado de las operaciones siguientes:

- a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$. b) $\frac{3\sqrt{8}}{2\sqrt{2}}$. c) $\sqrt{\frac{8}{32}}$.

Solución:

a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$. b) $\frac{3\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{4 \cdot 2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 3$. c) $\sqrt{\frac{8}{32}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

→ **Ensayo 9:** Halla el resultado de las operaciones siguientes:

- a) $5\sqrt{2} + 3\sqrt{8}$. b) $\frac{1}{3}\sqrt{6} + \frac{3}{2}\sqrt{6}$. c) $\sqrt{16a^2 + 9a^2}$. d) $\sqrt{16a^2 - 4}$.

Solución:

a) $5\sqrt{2} + 3\sqrt{8} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{4 \cdot 2} = 5\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$.

b) $\frac{1}{3}\sqrt{6} + \frac{3}{2}\sqrt{6} = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \right) \sqrt{6} = \frac{11}{6}\sqrt{6}$. c) $\sqrt{16a^2 + 9a^2} = \sqrt{25a^2} = 5a$.

d) $\sqrt{16a^2 - 4} = \sqrt{4(4a^2 - 1)} = 2\sqrt{4a^2 - 1}$.

→ **Ensayo 10:** Halla el resultado de las operaciones siguientes:

- a) $5\sqrt{2} \cdot (5\sqrt{2} - 3\sqrt{8})$. b) $(4\sqrt{2} - 3)(4\sqrt{2} + 3)$.

Solución:

a) $5\sqrt{2} \cdot (5\sqrt{2} - 3\sqrt{8}) = 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{8} = 25 \cdot \sqrt{4} - 15 \cdot \sqrt{16} = 25 \cdot 2 - 15 \cdot 4 = 50 - 60 = -10$.

b) $(4\sqrt{2} - 3)(4\sqrt{2} + 3) = 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} + 3 \cdot 4\sqrt{2} - 3 \cdot 4\sqrt{2} - 3 \cdot 3 = 16 \cdot 2 + 12\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 9 = 32 - 9 = 23$.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Halla el resultado de las siguientes operaciones:

- a) $-2 + (-3) - (-7) + 5$; b) $4 - 3(2 - 3^2)$; c) $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 - (-1)^5$.

Solución:

a) $-2 + (-3) - (-7) + 5 = -2 - 3 + 7 + 5 = -3$.

b) $4 - 3(2 - 3^2) = 4 - 3(2 - 9) = 4 - 3(-7) = 4 + 21 = 25$.

c) $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 - (-1)^5 = 1 + (-1) + (+1) - (-1) = 1 - 1 + 1 + 1 = 2$.

2. Calcula:

$$a) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} - 2; \quad b) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right); \quad c) \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - 2; \quad d) \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right).$$

Solución:

$$a) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} - 2 = \left(\frac{3+4}{12}\right) \cdot \frac{4}{5} - 2 = \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5} - 2 = \frac{28}{60} - 2 = \frac{28-120}{60} = -\frac{92}{60} = -\frac{23}{15}.$$

$$b) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right) = \left(\frac{7}{12}\right) \cdot \left(\frac{4-10}{5}\right) = \left(\frac{7}{12}\right) \cdot \left(\frac{-6}{5}\right) = -\frac{42}{60} = -\frac{7}{10}.$$

$$c) \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - 2 = \frac{1}{4} + \frac{4}{15} - 2 = \frac{15}{60} + \frac{16}{60} - \frac{120}{60} = -\frac{89}{60}.$$

$$d) \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-6}{5}\right) = \frac{1}{4} - \frac{6}{15} = \frac{15-24}{60} = -\frac{9}{60} = -\frac{3}{20}.$$

→ Comprueba el resultado utilizando la calculadora.

3. Simplificando el resultado, halla:

$$a) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2; \quad b) \frac{12^4 \cdot (-3)^5}{36^4}; \quad c) \frac{108^2 \cdot 5}{800}; \quad d) \frac{6^3 \cdot 10^2 \cdot 7^3}{49^2 \cdot 30^2}.$$

Solución:

$$a) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{49}{36} - \frac{4}{25} = \frac{49 \cdot 25 - 4 \cdot 36}{36 \cdot 25} = \frac{1081}{900}.$$

$$b) \frac{12^4 \cdot (-3)^5}{36^4} = \frac{(3 \cdot 2^2)^4 \cdot (-3)^5}{(3^2 \cdot 2^2)^4} = \frac{3^4 \cdot 2^8 \cdot (-3)^5}{3^8 \cdot 2^8} = \frac{-3}{1} = -3.$$

$$c) \frac{108^2 \cdot 5}{800} = \frac{108^2 \cdot 5}{8 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{8 \cdot 5}{10} = 4.$$

$$d) \frac{6^3 \cdot 10^2 \cdot 7^3}{49^2 \cdot 30^2} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 10^2 \cdot 7^3}{7^4 \cdot 3^2 \cdot 10^2} = \frac{2^3 \cdot 3}{7} = \frac{24}{7}.$$

4. Simplifica (sin utilizar calculadora):

$$a) (\sqrt{3})^6; \quad b) (\sqrt[4]{46})^4; \quad c) \sqrt{18 \cdot 2}; \quad d) \sqrt{\frac{1000}{40}}.$$

Solución:

$$a) (\sqrt{3})^6 = \sqrt{3^6} = 3^3 = 27. \quad b) (\sqrt[4]{46})^4 = 46. \quad c) \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36} = 6; \quad d) \sqrt{\frac{1000}{40}} = \sqrt{25} = 5.$$

5. Suma, agrupando todo lo que puedas:

$$a) 5\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{3}\sqrt{3}; \quad b) 3\sqrt{200} - 7\sqrt{8}; \quad c) 3\sqrt{5}(2 - \sqrt{5}); \quad d) (4 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{3}).$$

Solución:

$$a) 5\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{3}\sqrt{3} = \left(5 - \frac{1}{2} + \frac{5}{3}\right) \cdot \sqrt{3} = \left(\frac{30}{6} - \frac{3}{6} + \frac{10}{6}\right) \cdot \sqrt{3} = \frac{37}{6} \cdot \sqrt{3}.$$

$$b) 3\sqrt{200} - 7\sqrt{8} = 3\sqrt{100 \cdot 2} - 7\sqrt{4 \cdot 2} = 3 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} - 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 30\sqrt{2} - 14\sqrt{2} = 16\sqrt{2}.$$

$$c) 3\sqrt{5}(2 - \sqrt{5}) = 6\sqrt{5} - 3 \cdot 5 = 6\sqrt{5} - 15.$$

$$d) (4 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{3}) = 16 + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3 = 13.$$

6. Extrae todos los factores que puedas:

a) $\sqrt{4^2 + 3^2}$; b) $\sqrt{a^2x + a^3x}$; c) $\sqrt{9x^2 + 81}$; d) $\sqrt{(a+5)^2}$.

Solución:

a) $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$. b) $\sqrt{a^2x + a^3x} = \sqrt{a^2(x + ax)} = a \cdot \sqrt{x + ax}$.
 c) $\sqrt{9x^2 + 81} = \sqrt{9(x^2 + 9)} = 3\sqrt{x^2 + 9}$. d) $\sqrt{(a+5)^2} = a + 5$.

7. Racionaliza las expresiones:

a) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$; c) $\frac{4 + \sqrt{12}}{\sqrt{2}}$; d) $\frac{3 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

Solución:

a) $\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. b) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.
 c) $\frac{4 + \sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{(4 + \sqrt{12}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{24}}{2} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 6}}{2} = \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$.
 d) $\frac{3 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{(3 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{4}$.

8. Racionaliza las expresiones:

a) $\frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; b) $\frac{7 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$; c) $\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$; d) $\frac{3\sqrt{5}}{10 + \sqrt{20}}$.

Solución:

a) $\frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$.
 b) $\frac{7 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(7 + 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{7\sqrt{2} + 7 + 3 \cdot 2 + 3\sqrt{2}}{2 - 1} = 13 + 10\sqrt{2}$.
 c) $\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{6} + 4 - 3 - \sqrt{6}}{3 - 2} = \sqrt{6} + 1$.
 d) $\frac{3\sqrt{5}}{10 + \sqrt{20}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot (10 - \sqrt{20})}{(10 + \sqrt{20})(10 - \sqrt{20})} = \frac{30\sqrt{5} - 3\sqrt{100}}{100 - 20} = \frac{30\sqrt{5} - 30}{80} = \frac{3\sqrt{5} - 3}{8}$.

9. Calcula, simplificando al máximo, el valor de:

a) $\frac{\sqrt{56}}{2\sqrt{14}}$; b) $\frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{28}} - \frac{5\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}$; c) $\frac{2\sqrt{20} + \sqrt{80} + 2\sqrt{125}}{3\sqrt{45}}$.

Solución:

a) $\frac{\sqrt{56}}{2\sqrt{14}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4} = 1$. b) $\frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{28}} - \frac{5\sqrt{32}}{2\sqrt{8}} = \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{7 \cdot 4}} - \frac{5\sqrt{8 \cdot 4}}{2\sqrt{8}} = \frac{2}{3 \cdot 2} - \frac{5\sqrt{4}}{2 \cdot 2} = \frac{2}{3 \cdot 2} - \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{1}{3} - 5 = -\frac{14}{3}$.
 c) $\frac{2\sqrt{20} + \sqrt{80} + 2\sqrt{125}}{3\sqrt{45}} = \frac{2\sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{16 \cdot 5} + 2\sqrt{25 \cdot 5}}{3\sqrt{9 \cdot 5}} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 2 \cdot 5\sqrt{5}}{3 \cdot 3\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{9\sqrt{5}} = 2$.