

## Tema 5 (II). Porcentajes

## Resumen

Un tanto por ciento, un porcentaje, es una fracción con denominador 100. El tanto por ciento indica lo que se toma de algo que se ha dividido en 100 partes iguales.

Así, por ejemplo, un 21 por ciento (21 %), es la fracción  $\frac{21}{100} = 0,21$ . Esta cantidad, 0,21, es el porcentaje correspondiente a 1 (tasa unitaria). Por eso, para hallar el 21 % de cualquier cantidad se multiplica por 0,21. El 21 % de 1200 € =  $\frac{21}{100} \cdot 1200 = 0,21 \cdot 1200 = 252$  €.

- Los problemas de porcentajes son problemas de fracciones.

### Ejemplo:

El 16 % de 1200 = la fracción  $\frac{16}{100}$  de 1200 =  $\frac{16}{100} \cdot 1200 = 0,16 \cdot 1200 = 192$ .

Por tanto, un porcentaje puede calcularse multiplicando por el número decimal asociado. Así, para hallar el 16 % de cualquier cantidad se multiplicará esa cantidad por 0,16. Esto es, el 16 % de 1200 =  $1200 \cdot 0,16 = 192$ . (El 16 % de 3000 =  $3000 \cdot 0,16 = 480$ ).

- Los problemas de porcentajes son problemas de proporciones (de reglas de tres).

### Ejemplo: Cálculo del porcentaje de una cantidad

El 21 % de 3200 se calcula resolviendo la regla de tres asociada:

Si a 100 → 21

$$\text{a } 3200 \rightarrow x \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{x}{3200} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 3200}{100} = 672.$$

### Ejemplo: Cálculo del total de una cantidad conocido un porcentaje.

Juan ha realizado ya el 30 % de un encargo, para lo que ha empleado 18 horas. ¿Cuántas horas totales necesita ese encargo para que lo realice Juan?

La regla de tres es:

Si el 30 % → son 18 h

$$\text{el } 100 \% \rightarrow \text{serán } x \Rightarrow \frac{30}{100} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 100}{30} = 60 \text{ horas.}$$

### Ejemplos: Cálculo del porcentaje conocidos el total y la parte correspondiente a él.

a) De una deuda de 2500 € se han pagado 800 €. ¿Qué porcentaje se ha pagado?

La regla de tres es:

Si de 2500 → se han pagado 800

$$\text{de } 100 \rightarrow \text{se ha pagado } x \Rightarrow \frac{2500}{100} = \frac{800}{x} \Rightarrow x = \frac{800 \cdot 100}{2500} = 32 \%$$

b) Un ordenador portátil que valía 550 € se vende en rebajas por 467,5 €. ¿Qué porcentaje se ha rebajado?

La regla de tres es:

Si de 550 → rebajan 82,5 →  $(550 - 467,5 = 82,5)$

$$\text{de } 100 \rightarrow \text{rebajarán } x \Rightarrow \frac{550}{100} = \frac{82,5}{x} \Rightarrow x = \frac{82,5 \cdot 100}{550} = 15 \%$$

Aumentos porcentuales

Cuando a una cantidad inicial,  $C$ , se le añade un tanto por ciento de esa misma cantidad, se habla de aumentos porcentuales. (Es lo propio de las subidas de precios o de los impuestos).

→ Para aumentar un porcentaje a una cantidad se multiplica esa cantidad por  $1 + r$ , siendo  $r$  la tasa unitaria, el porcentaje entre 100. Por tanto, la cantidad final,  $C_F$ , se obtiene multiplicando  $C$  por  $(1 + r)$ :  $C_F = C \cdot (1 + r)$ .

**Ejemplo:**

Si el precio de un determinado producto ha aumentado, del año pasado a este, el 12 %, ¿cuánto valdrá este año lo que valía 230 € el pasado?

La cantidad que aumenta es el 12 % de 230 =  $0,12 \cdot 230 = 27,6$  €.

El precio que debe pagarse es lo que valía + el aumento. Esto es:  $230 \text{ €} + 27,6 \text{ €} = 257,6 \text{ €}$ .

→ Este resultado puede obtenerse directamente, multiplicando 230 por  $1 + 0,12$ :

Así, la cantidad a pagar será:  $C_F = 230 \cdot (1 + 0,12) = 230 \cdot 1,12 = 257,6 \text{ €}$ .

→ Para aumentar un porcentaje a una cantidad se puede hacer una regla de tres directa, teniendo en cuenta que a 100 le corresponde  $100 + \text{porcentaje}$ .

(Esto es: un aumento de un 7 % significa que lo que costaba 100 pasará a costar 107; un aumento de un 12 %, significa que lo que costaba 100 pasará a costar 112).

**Ejemplo:**

El precio de un juego de ordenador ha aumentado un 7 %, ¿cuánto costará ahora si antes costaba 32 €?

La solución se obtiene resolviendo la regla de tres:

Si a 100 € → 107 €

$$\begin{array}{l} \text{a } 32 \text{ €} \quad \rightarrow \quad x \text{ €} \Rightarrow 100 \cdot x = 107 \cdot 32 \Rightarrow x = \frac{107 \cdot 32}{100} = 34,24 \text{ €} \end{array}$$

Sugerencia. Alterna el método de solución en estos dos ejemplos y comprueba que el resultado es el mismo.

Disminuciones porcentuales

Cuando a una cantidad inicial se le quita un tanto por ciento de la misma cantidad se habla de disminuciones porcentuales. (Es lo propio de las rebajas).

Para disminuir un porcentaje a una cantidad se multiplica esa cantidad por  $1 - r$ , siendo  $r$  la tasa de descuento unitaria. La cantidad final,  $C_F$ , se obtiene multiplicando  $C$  por  $(1 - r)$ :  $C_F = C \cdot (1 - r)$ .

**Ejemplos:**

a) Si el precio de un teléfono móvil se ha rebajado un 20 %, ¿cuánto costará si antes de las rebajas costaba 315 €?

La cantidad rebajada es el 20 % de 315 =  $0,20 \cdot 315 = 63$  €.

El precio que debe pagarse es lo que valía menos la rebaja. Esto es:  $315 - 63 = 252$  €.

→ Este resultado puede obtenerse directamente, multiplicando 315 por  $1 - 0,20$ :

Así, la cantidad a pagar será:  $C_F = 315 \cdot (1 - 0,20) = 315 \cdot 0,80 = 252$  €.

→ La solución mediante una regla de tres es:

Si a 100 € → 80 € (eso es lo que supone una rebaja del 20 %)

$$\begin{array}{l} \text{a } 315 \text{ €} \quad \rightarrow \quad x \text{ €} \Rightarrow 100 \cdot x = 315 \cdot 80 \Rightarrow x = \frac{315 \cdot 80}{100} = 252 \text{ €} \end{array}$$

b) Si el precio de un juego de ordenador se ha rebajado (disminuido) un 8 %, ¿cuánto valdrá si antes de la rebaja valía 248 €?

El planteamiento es:

Si a 100 € → 92 € (eso es lo que supone una rebaja del 8 %)

$$\text{a } 248 \text{ €} \rightarrow x \text{ €} \Rightarrow 100 \cdot x = 92 \cdot 248 \Rightarrow x = \frac{92 \cdot 248}{100} = 228,16 \text{ €}.$$

### Porcentajes sucesivos

Se aplican cuando una cantidad se ve afectada por sucesivas subidas o bajadas porcentuales.

### **Ejemplos:**

a) En el año 2023, en el primer trimestre, el aceite de oliva virgen extra experimentó una subida del 10 %; en el segundo trimestre volvió a subir un 25 %.

Si un litro de aceite de oliva virgen extra valía 6 € al comenzar el año, ¿cuánto valdría al cabo de medio año? ¿Cuál fue el porcentaje de subida en esos seis meses?

→ En el primer trimestre pasa de costar 6 € a costar  $6 \cdot (1 + 0,10) = 6,60 \text{ €}$ .

En el segundo trimestre pasa de costar 6,60 € a costar  $6,60 \cdot (1 + 0,25) = 8,25 \text{ €}$ .

La subida total fue de  $8,25 - 6,00 = 2,25 \text{ €}$ . Para calcular el porcentaje de subida en esos seis meses puede hacerse una regla de tres:

Si a 6,00 → 2,25

$$\text{a } 100 \rightarrow x \Rightarrow 6 \cdot x = 100 \cdot 2,25 \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 2,25}{6} = 37,5 \%$$

Observa que la subida total no es la suma de los porcentajes, que sería  $10 + 25 = 35$ ).

El incremento unitario acumulado puede calcularse multiplicando los sucesivos aumentos unitarios, esto es  $1,10 \cdot 1,25 = 1,375$ , que supone un 0,375 por 1, equivalente a un 37,5 %.

b) Un comerciante sube los precios de un determinado producto en un 20 %. Pasado un mes los rebaja un 15 %. ¿Cuál ha sido la variación porcentual de ese producto?

→ Una subida del 20 % se calcula multiplicando por  $1 + 0,20 = 1,20$ .

Una rebaja del 15 % se calcula multiplicando por  $1 - 0,15 = 0,85$ .

Así pues, para calcular la variación total hay que multiplicar el precio inicial por 1,20 y por 0,85; esto es, por  $1,20 \cdot 0,85 = 1,02$ .

Por tanto, lo que valía 100 valdrá  $100 \cdot 1,02 = 102$ , que supone un incremento del 2 %.

Observa que la variación total no es la diferencia de los porcentajes, que sería  $20 - 15 = 5$ ).

c) Si durante tres años consecutivos la pensión de jubilación se ha revalorizado un 5 %, un 4 % y un 8 %, sucesivamente, ¿cuál ha sido la revalorización durante esos tres años? Si un jubilado cobraba hace tres años 1600 €, ¿cuánto cobrará pasados esos tres años?

→ Una subida del 5 % se calcula multiplicando por  $1 + 0,05 = 1,05$ .

Una subida del 4 % se calcula multiplicando por  $1 + 0,04 = 1,04$ .

Una subida del 8 % se calcula multiplicando por  $1 + 0,08 = 1,08$ .

La revalorización total se halla multiplicando por  $1,05 \cdot 1,04 \cdot 1,08 = 1,17936 \rightarrow 17,936 \%$ .

Por tanto, si alguien cobraba 1600 €, pasados los tres años cobrará  $1600 \cdot 1,17936 = 1886,976 \text{ €}$ .

## Ejercicios y Problemas

1. Calcula el 10 % de las siguientes cantidades:  
 a) 300                      b) 55                      c) 2500                      d) 20,4
2. Halla el valor de los siguientes porcentajes:  
 a) El 18 % de 2500    b) El 27 % de 120            c) El 9 % de 15300            d) El 6,5 % de 48,3
3. a) En una clase de 30 alumnos el 60 % son chicas, ¿cuántas chicas hay?  
 b) En otra clase con 24 alumnos, hay 15 chicos, ¿qué porcentaje de chicos supone?
4. Carmen, que ganaba 1800 euros al mes, ha ascendido en la empresa y le han subido el sueldo un 12 %. ¿Cuánto ganará ahora?
- 5 ¿Por qué número hay que multiplicar para incrementar una cantidad en un 12 %? Incrementa las cantidades 15300, 2500 y 320 en un 12 %.

6. Cinco alimentos básicos han sufrido los efectos de la inflación durante el año 2022. En la siguiente tabla se indica el alimento, su precio a fecha 01/01/2022 y el porcentaje de inflación durante 2022. Calcula, para cada alimento, su precio a finales de año.

Alimento	Carne	Pescado	Fruta	Verduras	Leche
Precio (€): 01/01/2022	10,30	7,80	2,20	1,90	1,10
Inflación (%)	10	8	15	25	4
Precio (€): 31/12/2022					

7. Alejandro ha pagado 224 € por una bicicleta que está rebajada un 20 %, ¿cuánto valía la bicicleta antes de la rebaja?
8. ¿Por qué número hay que multiplicar para disminuir una cantidad en un 6 %? Disminuye las cantidades 12450, 980 y 700 en un 6 %.
9. Sonia compra un libro que vale 16,40 €. Si le hacen un 20 % de descuento, ¿cuánto ha pagado por el libro?

10. Hace unos meses, una casa se vendía por 230000 €. Como no se vende por esa cantidad, el propietario ha decidido rebajar su precio de venta en 12000 €. ¿Cuál es el porcentaje de rebaja?

→ Puede hacerse mediante una regla de tres es:

Si a 230000 € → 12000 €

$$a \ 100 \quad \rightarrow \quad x \quad \Rightarrow \quad 230000 \cdot x = 100 \cdot 12000 \Rightarrow x = \frac{1200000}{230000} = 5,217... \approx 5,2 \%$$

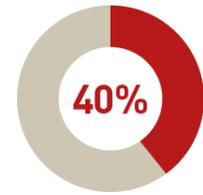
11. Al comprar un frigorífico que valía 820 € nos han rebajado 123 €. ¿Qué descuento nos han hecho?

12. Los sueldos de los trabajadores de una empresa van a subir un 2 %. Completa en la tabla siguiente los valores que faltan.

Sueldo actual (€/ mes)	3200 €	1800 €	780 €		
Nuevo sueldo (+ 2 %)				2040 €	1530 €

13. Las rebajas anuncian un descuento del 40 %. Indica en la tabla siguiente los precios rebajados o los iniciales.

Antes	100 €		32 €	40,40 €	
Precios rebajados (- 40 %)		120 €			75 €



14. El precio de venta de un coche ha subido el 3 % en enero y el 2,5 % en febrero, ¿cuánto costará el día 1 de marzo un coche que el 31 de diciembre pasado costaba 24.400 €?

15. ¿Cuál es el precio sin IVA? (El IVA: Impuesto sobre el Valor Añadido; en 2023 este impuesto es del 21 % en la mayoría de los productos). El precio final (IVA incluido) de un ordenador es de 582 €. ¿Cuál es su precio inicial, sin IVA?

→ Recuerda que  $C_F = C \cdot (1 + r)$ . En este caso, se conoce  $C_F = 582$ , IVA = 21 % →  $r = 0,21$ .

Por tanto,  $582 = C \cdot 1,21 \Rightarrow C = \frac{582}{1,21} = 480,99 \text{ €}$ .

Para hallar el precio sin IVA (si es el 21 %) se divide lo pagado entre 1,21.

16. Halla los precios totales o los precios sin IVA (supuesto del 21 %) de las siguientes facturas:

Actividad/compra	Fontanero	Mecánico	Teléfono	Lavadora	Televisión
Importe (sin IVA) (€)	300	430			
IVA (21 %)	63				126
Total (€)	363		89,54	484	

17. A 100 km/h un automóvil tarda 90 minutos en recorrer cierto trayecto. ¿Cuánto tardaría si incrementa su velocidad en un 20 %?

18. Marta tiene 2500 euros que mete en un banco al 4 % de interés anual. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de un año? ¿Qué interés le producirán esos 2500 € durante 3 años?

19. Un circo tiene un aforo para 800 espectadores. En una sesión con el 90 % de las butacas ocupadas, se sabe que el 60 % de los espectadores son niños menores de 12 años.

a) ¿Cuántas butacas están ocupadas?

b) ¿Qué porcentaje de butacas está ocupado por menores de 12 años? ¿Cuántos hay?

20. Un comerciante marca sus productos un 40 % más caro de lo que le cuestan. Después anuncia que todos sus productos están rebajados un 14 % sobre el precio marcado. ¿Cuál es su porcentaje de ganancias? ¿Cuánto ganó un día que ingresó 1200 € por ventas?

**Soluciones:**

1. a) 30. b) 5,5. c) 250. d) 2,04. 2. a) 450. b) 32,4. c) 1377. d) 3,1395.

3. a) 18. b) 62,5 %.

4. 2016 €.

5. Por 1,12 → 17135; 2800; 358,4.

6.

Alimento	Carne	Pescado	Fruta	Verduras	Leche
Precio (€): 01/01/2022	10,30	7,80	2,20	1,90	1,10
Inflación (%)	10	8	15	25	4
Precio (€): 31/12/2022	11,33	8,424	2,53	2,375	1,144

7. 280 €.

8. Por 0,94 → 11703; 921,2; 658.

9. 13,12 €.

11. 15 %.

12.	Sueldo actual (€/ mes)	3200 €	1800 €	780 €	2000 €	1500 €
	Nuevo sueldo (+ 2 %)	3264 €	1836 €	795,6 €	2040 €	1530 €

13.	Antes	100 €	200 €	32 €	40,40 €
	Precios rebajados (-40 %)	60 €	120 €	19,20 €	24,24 €

14. 25760,30 €.

16.	Actividad/compra	Fontanero	Mecánico	Teléfono	Lavadora	Televisión
	Importe (sin IVA) (€)	300	430	74	400	600
	IVA (21 %)	63	90,3	15,54	84	126
	Total (€)	363	520,30	89,54	484	726

17. 75 min.

18. 2600 €. 300 €.

19. a) 720. b) 54 %; 432.

20. 20,4 %. 203,3 €.