

Tema 4 (II). Fracciones: aplicaciones y problemas

Aplicaciones de las fracciones para resolver problemas

Ejemplo 1. Fracción de una cantidad

¿Cuánto son los $\frac{3}{7}$ de 350 euros?

$$\text{Los } \frac{3}{7} \text{ de } 350 \text{ €} = \frac{3}{7} \cdot 350 = \frac{3 \cdot 350}{7} = \frac{1050}{7} = 150.$$

• De otra forma:

$$\text{La séptima parte de } 350 \text{ € son } 350 : 7 = 50 \text{ €} \rightarrow \frac{1}{7} \text{ de } 350 = \frac{350}{7} = 50.$$

$$\text{Por tanto, } \frac{3}{7} \text{ de } 350 = 3 \cdot \frac{350}{7} = 3 \cdot 50 = 150$$



Ejemplo 2. Expresión de parte de una cantidad como una fracción

En una carrera ciclista participan 180 corredores. Si durante la carrera se retiran 45 corredores, ¿qué fracción del total de los ciclistas participantes terminó la carrera?

La carrera la terminan $180 - 45 = 135$ ciclista. La fracción correspondiente es:

$$\frac{135}{180} = \frac{3}{4}.$$



Ejemplo 3. Obtención del total a partir de la fracción

Un depósito de agua ha vaciado los $\frac{3}{8}$ de su capacidad, lo que equivale a 4500 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

Si 4500 litros son los $\frac{3}{8} \Rightarrow \frac{4500}{3} = 1500$ litros será $\frac{1}{8}$ de su capacidad \Rightarrow La capacidad del depósito será $8 \cdot 1500 = 12000$ litros.

• De otra forma: La fracción $\frac{3}{8}$ debe ser equivalente a la fracción $\frac{4500}{C}$, siendo C la

capacidad total del depósito. Luego $\frac{3}{8} = \frac{4500}{C} \rightarrow \text{Como } 4500 = 3 \cdot 1500 \Rightarrow C = 8 \cdot 1500 = 12000.$

Ejemplo 4. Suma o resta de fracciones de una cantidad

Durante dos días consecutivos un depósito de agua ha vaciado los $\frac{3}{8}$ y los $\frac{2}{9}$ de su capacidad.

Si inicialmente estaba lleno:

a) ¿qué fracción de agua queda en el depósito?;

b) si el depósito contenía 12000 litros, ¿cuántos litros quedan?

$$\text{a) Lo vaciado es } \frac{3}{8} + \frac{2}{9} = \frac{27+16}{72} = \frac{43}{72} \rightarrow \text{Lo que queda es } 1 - \frac{43}{72} = \frac{72-43}{72} = \frac{29}{72}$$

$$\text{b) Quedarán } \frac{29}{72} \text{ de } 12000 \text{ litros} = \frac{29 \cdot 12000}{72} = 4833,3 \text{ litros}$$

Ejemplo 5. Multipliación de fracciones de una cantidad

¿Cuántos litros de agua se necesitarán para llenar 200 botellas de un quinto de litro?

Hay que multiplicar 200 por $\frac{1}{5} \rightarrow 200 \cdot \frac{1}{5} = \frac{200}{5} = 40$.

Ejemplo: 6. División de una cantidad en fracciones iguales

Un gato necesita cada día una ración de $\frac{2}{9}$ kg de un determinado producto.

¿Cuántas raciones diarias se pueden hacer con 40 kg de producto?

Hay que dividir 40 entre $\frac{2}{9} \rightarrow 40 : \frac{2}{9} = \frac{360}{2} = 180$.

**Ejemplo 7.1. Fracción de una fracción**

Un depósito de agua ha vaciado un día los $\frac{3}{8}$ de su capacidad; al día siguiente vacía $\frac{1}{3}$ de lo que quedaba. Si inicialmente estaba lleno:

- a) ¿qué fracción de agua se ha vaciado en los dos días?; ¿qué fracción queda en el depósito?;
b) si el depósito contenía 12000 litros, ¿cuántos litros se han vaciado?

a) Primer día. Se vacían $\frac{3}{8} \rightarrow$ Quedan $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Segundo día. Se vacía $\frac{1}{3}$ de $\frac{5}{8} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{5}{24}$

Entre los dos días se ha vaciado: $\frac{3}{8} + \frac{5}{24} = \frac{9+5}{24} = \frac{14}{24} \rightarrow$ Quedan $1 - \frac{14}{24} = \frac{24-14}{24} = \frac{10}{24}$

b) Se han vaciado $\frac{14}{24}$ de 12000 litros = $\frac{14 \cdot 12000}{24} = 7000$ litros.

Ejemplo 7.2. Fracción de una fracción

Un saltamontes salta tres veces seguidas. El primer salto es de 2 metros; el segundo es $\frac{7}{8}$ la longitud del primero; y el tercero de $\frac{4}{5}$ la del segundo. ¿Cuánto ha saltado en total?

Primer salto $\rightarrow 2$ m

Segundo salto: $\frac{7}{8}$ de 2 m = $\frac{7}{8} \cdot 2 = \frac{14}{8}$ m.

Tercer salto: $\frac{4}{5}$ de $\frac{14}{8} = \frac{4 \cdot 14}{5 \cdot 8} = \frac{56}{40} = \frac{14}{10}$ m.

En total ha saltado $2 + \frac{14}{8} + \frac{14}{10} = \frac{80+70+56}{40} = \frac{206}{40}$ m = 5,15 m.



Ejercicios y Problemas

1. Pilar ha leído 100 páginas de un libro, lo que representa $\frac{4}{7}$ del total. ¿Cuántas páginas tiene ese libro?
2. Pedro está leyendo un libro. La primera semana lee $\frac{1}{5}$ de las páginas; la segunda semana lee $\frac{1}{4}$ del resto. Si todavía le quedan 210 páginas por leer, ¿cuántas páginas tiene el libro?
3. Se han consumido los $\frac{3}{11}$ de las patatas de un saco. Si todavía quedan 44 kg en el saco, ¿cuántos kilos de patatas había en el saco?
4. El Teide (Tenerife), con sus 3718 metros de altitud es el pico más alto de España. ¿Cuál será la altura aproximada de los picos que se indican en la tabla, cuya altitud se da como fracción de la del Teide?

Pico	Chullo (Almería)	Aneto (Huesca)	San Millán (Burgos)	Gorbea (Álava)	Faro (Pontevedra)
Fracción del Teide	$\frac{7}{10}$	$\frac{119}{130}$	$\frac{19}{33}$	$\frac{199}{500}$	$\frac{8}{25}$



5. Dos tercios de los alumnos de una clase son chicas. Si el total de alumnos son 27, ¿cuántas chicas hay en la clase?
6. Dos tercios de los alumnos de una clase son chicas y, de ellas, un tercio son rubias. ¿Qué fracción del total representa a las alumnas rubias? Si el total de alumnos son 27, ¿cuántas chicas rubias hay en la clase?
7. En una clase hay 5 chicas por cada 4 chicos.
 - a) ¿Qué fracción del total representa a las chicas?
 - b) Si en la clase hay 12 chicos, ¿cuántos alumnos hay en total?
8. En una cesta de fruta hay 4 manzanas por cada 3 naranjas.
 - a) ¿Qué fracción del total representan las manzanas?
 - b) Si en total hay 28 piezas de fruta, ¿cuántas naranjas habrá?
9. Un comerciante ha comprado 450 litros de aceite. Si los envasa en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro:
 - a) ¿Cuántas botellas necesita?
 - b) ¿Cuánto costará un litro, si las botellas de $\frac{3}{4}$ se venden a 6,60 €?
10. El precio de una bicicleta se ha rebajado en $\frac{2}{5}$. Si ahora cuesta 210 €, ¿cuánto valía antes?
11. He andado las dos terceras partes del camino, pero aún me quedan 1200 metros. ¿Qué longitud tiene el camino?
12. Patricia, por la mañana, hace la compra en el supermercado y gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero; por la tarde va al cine y gasta 12 €, que son $\frac{1}{8}$ de lo que le quedaba.
 - a) ¿Cuánto gastó en la compra?
 - b) ¿Cuánto dinero le queda?



- 13.** La recaudación de una tienda ha sido por la mañana $\frac{2}{3}$ del total de ese día.
 a) Si por la tarde ha recaudado 150 €, ¿a cuánto ascendió la recaudación de ese día?
 b) Si el día anterior la recaudación superó en $\frac{1}{9}$ a la de hoy, ¿cuál fue esa recaudación?

- 14.** Un pintor pintó ayer los $\frac{2}{3}$ de una pared; hoy ha pintado $\frac{3}{5}$ del resto de esa pared. Si le quedan 8 metros cuadrados por pintar, ¿cuántos metros cuadrados mide la pared?



- 15.** El presupuesto de una empresa se divide en tres grandes partidas: sueldos; impuestos; gastos de funcionamientos. El presupuesto total es de 13500000 €. Si los sueldos y los impuestos suponen los $\frac{11}{16}$ y los $\frac{2}{9}$, respectivamente, de ese presupuesto, a cuánto ascienden los gastos de funcionamiento. ¿Qué fracción del presupuesto le corresponde?

- 16.** Una familia paga una hipoteca mensual de 950 €. En comida gasta 530 € al mes. El resto de sus ingresos, que suponen $\frac{3}{7}$ del total, los emplea para otros conceptos. ¿Cuánto ingresa esa familia mensualmente?

- 17.** Un recipiente está lleno de agua hasta los $\frac{4}{5}$ de su capacidad. Si se saca los $\frac{3}{8}$ del agua que contiene:
 a) ¿Qué fracción de la capacidad total del recipiente se ha sacado?
 b) Si la capacidad del recipiente fuera de 80 litros, ¿cuántos litros quedarían en el mismo?



- 18.** Una finca se divide en tres parcelas. La primera es igual a los $\frac{5}{12}$ de la superficie de la finca, y la segunda tiene una extensión equivalente a los $\frac{3}{5}$ de la primera.
 a) ¿Qué fracción de la finca representa la superficie de la tercera parcela?
 b) Si la extensión de la finca es de 12000 m², ¿cuál es la superficie de cada parcela?

- 19.** Un sexto de los $\frac{2}{3}$ de la estatura de Alicia es igual a 19 cm. ¿Cuál es la estatura de Alicia?

- 20.** Una ración de yogur contiene $\frac{9}{100}$ de litro. Si en la sección de lácteos de un supermercado hay 80 paquetes de 12 raciones cada paquete, ¿cuántos litros de ese producto hay?

- 21.** a) ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro pueden llenarse con una garrafa de 30 litros?

- b) ¿Cuántos litros se consiguen vaciando en un depósito el contenido de 216 botellas de $\frac{3}{4}$?

- 22.** Un bote de refresco contiene $\frac{1}{3}$ de litro. ¿Cuántos de esos botes pueden llenarse con 75 litros de refresco?

- 23.** Para llegar a la planta 48 de un rascacielos, Ana ha subido andando los 3 primeros pisos y, después, en ascensor, los $\frac{14}{15}$ de los pisos que le quedaban.
 ¿Cuántos pisos tiene el rascacielos?



24. Un poste está clavado en el suelo siendo la parte enterrada es $\frac{1}{7}$ de su longitud. Si la parte visible mide 510 cm, ¿cuál es la longitud total del poste?

25. Un grifo llena un depósito en 6 horas y otro en 12 horas.

- ¿Qué fracción de depósito llena cada grifo en una hora?
- ¿Qué fracción de depósito llenaran entre ambos grifos durante 1 hora?
- ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar el depósito entre los dos grifos?



26. Un bibliotecario está registrando todos los libros de la biblioteca. Ya ha registrado los $\frac{2}{5}$ del total de libros. Si aún le quedan por registrar la mitad del total más 800 libros, ¿cuántos libros tiene la biblioteca?

27. Debido a filtraciones un depósito de agua pierde en tres días consecutivos la cuarta parte del agua que contiene al comenzar ese día. Si al final quedan 27000 litros de agua:

- ¿Cuántos tenía al principio?
- ¿Cuántos litros pierde cada día?

→ a) La fracción de depósito que se pierde cada día es:

Día 1: se filtra $\frac{1}{4}$ (queda $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$).

Día 2: se filtra $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$ (queda $1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{16} = \frac{9}{16}$).

Día 3: Se filtra $\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} = \frac{9}{64}$ (queda $1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{16} - \frac{9}{64} = \frac{27}{64}$).

Si la fracción $\frac{27}{64}$ equivale a 27000 litros \Rightarrow el depósito contenía al principio 64000 litros.

- El primer día se filtra $\frac{1}{4}$ de 64000 = 16000 litros. Quedan 48000 litros.
El segundo día se filtra $\frac{1}{4}$ de 48000 = 12000 litros. Quedan 36000 litros.
El tercer día se filtra $\frac{1}{4}$ de 36000 = 9000 litros. Quedan 27000 litros.

28. Un agricultor ha visto cómo su cosecha ha disminuido como consecuencia de un temporal de cuatro días de duración.

El primer día perdió $\frac{1}{3}$ de la cosecha; y en los tres días siguientes cada día perdió $\frac{1}{3}$ del que perdió el anterior. Después de estas pérdidas su cosecha se valoró en 800 €.

- ¿Qué fracción de su cosecha perdió el cuarto día?
- ¿Qué fracción de su cosecha perdió en los cuatro días?
- ¿Cuál era el valor de su cosecha antes del temporal?



29. Si el mismo agricultor dice que cada uno de los cuatro días del temporal perdió un tercio de la cosecha que le quedaba, ¿habría tenido las mismas pérdidas?

(Nota. Se hace como el problema 27).

Soluciones:

1. 175. 2. 350 p \rightarrow 1º semana, 70; 2º semana 70; le quedan 210 p.
 3. 77 kg \rightarrow se han consumido 33; quedan 44.
 4. 2603 m; 3403 m; 2141 m; 1480 m; 1190 m.

Nota. Las altitudes reales son:

Pico	Chullo (ALM)	Aneto (HUE)	San Millán (BUR)	Gorbea (ALA)	Faro (PON)
Altitud real	2609 m	3404 m	2131 m	1481 m	1187 m

5. 18. 6. $2/9$. 6. 7. $5/9$. 27.
 8. a) $4/7$. b) 12. 9. a) 600. b) 8,80 €. 10. 350 €
 11. 3600 m. 12. a) 48; b) 84. (Tenía 144 €).
 13. a) 450 €. b) 500 €. 14. 60 m^2 . Ayer pintó 40 m^2 , hoy 12 m^2 ; le quedan 8 m^2 .
 15. $121875 \text{ €} = 13/144$. Sueldos, 928125 €; impuestos, 300000 €.
 16. 2590 €. 17. a) $3/10$. b) 56 litros. 18. a) $1/3$. b) 500, 300 y 400 m^2 .
 19. 171 cm. 20. 8,64 litros. 21. a) 40. b) 162.
 22. 225. 23. 54 pisos. (3 pisos son $1/15$ de 48).
 24. 595 cm. 25. $1/6$ y $1/12$. b) $3/12$. c) 4 h.
 26. Lleva registrados $2/5 + 1/2 = 9/10$. Si 80 son $1/10 \Rightarrow$ en total hay 800 libros.
 28. a) $1/81$. b) $40/81$. c) 1296 €.
 29. Aquí, pierde $65/81$; antes, $40/81$.