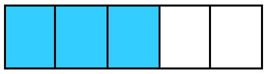
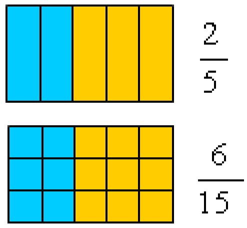
Tema 4 (I). Fracciones — Resumen



Una fracción suele considerase como “la parte de un todo” que ha sido dividido en porciones iguales. Así, $\frac{3}{5}$ indica que se toman 3 trozos de algo que se ha dividido en 5 trozos iguales. Es la parte coloreada en la figura.
El número de arriba se llama numerador e indica el número de partes que se toman; el número de abajo se llama denominador, e indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

- Para otras interpretaciones, véase, en esta web, el resumen del Tema 6 (I) de 1º de ESO.



Dos fracciones son equivalentes cuando valen lo mismo. Así, $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$.

- Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y denominador de la fracción dada por un mismo número distinto de cero. Esto es: $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a:n}{b:n}$.
- Si dos fracciones son equivalentes, los productos cruzados de sus términos son iguales.

Esto es: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$.

Simplificar una fracción consiste en igualarla con otra cuyos términos sean más sencillos (números más pequeños, que, además, son primos entre sí). Para ello se dividen los dos términos entre el mismo número.
Una fracción que no se puede simplificar se llama irreducible.

Ejemplos:

a) $\frac{24}{36}=\left(\frac{24:2}{36:2}\right)=\frac{12}{18}=\left(\frac{12:6}{18:6}\right)=\frac{2}{3}$. b) $\frac{375}{1000}=[:25]=\frac{15}{40}=[:5]=\frac{3}{8}$.

c) $\frac{168}{480}=[:2]=\frac{84}{240}=[:2]=\frac{42}{120}=[:2]=\frac{21}{60}=[:3]=\frac{7}{20}$.

Reducción de dos o más fracciones a común denominador
Para reducir fracciones a común denominador se halla un número que sea múltiplo de los denominadores; a continuación se buscan fracciones equivalentes a las dadas, pero con ese denominador común.
Un denominador común se obtiene multiplicando los denominadores de todas las fracciones.
Aunque sea más costoso, se prefiere hallar fracciones con el menor denominador común, que se obtiene calculado el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Ejemplo:

Dadas las fracciones $\frac{5}{21}$ y $\frac{9}{28}$, las equivalentes a ellas con el mismo denominador son, respectivamente, $\frac{5\cdot 28}{21\cdot 28}$ y $\frac{9\cdot 21}{28\cdot 21}$. Esto es: $\frac{140}{588}$ y $\frac{189}{588}$.

- Si optamos por hallar el mínimo común múltiplo de los denominadores, mcm(21, 28) = 84, las fracciones obtenidas serán: $\frac{5\cdot 4}{21\cdot 4}$ y $\frac{9\cdot 3}{28\cdot 3}$. Esto es: $\frac{20}{84}$ y $\frac{27}{84}$. (Como el denominador de la primera fracción, 21, se multiplica por 4, 21 · 4 = 84, también debe multiplicarse por 4 su numerador, 5 → 5 · 4 = 20. Igualmente, como el denominador de la segunda fracción, 28, se ha multiplicado por 3, 28 · 3 = 84, también su numerador, 9, debe multiplicarse por 3).

Operaciones con fracciones

Suma y resta de fracciones

- Si las fracciones tienen el mismo denominador: la fracción suma o resta es la que tiene por numerador la suma o resta de los numeradores y por denominador, el común.

Ejemplo:

a) $\frac{4}{15}-\frac{7}{15}+\frac{8}{15}=\frac{4-7+8}{15}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$.   b) $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}-\frac{12}{9}=\frac{4+5-12}{9}=\frac{-3}{9}=-\frac{1}{3}$.

- Si las fracciones tienen distinto denominador: se reducen a común denominador y se procede como antes.

El denominador común puede ser el producto de todos los denominadores; o el mcm de ellos.

Ejemplos:

a) $\frac{13}{9}+\frac{5}{12}=\frac{52}{36}+\frac{15}{36}=\frac{52+15}{36}=\frac{67}{36}$.   b) $\frac{7}{15}-\frac{4}{9}=\frac{21}{45}-\frac{20}{45}=\frac{21-20}{45}=\frac{1}{45}$.

c) Para sumar o restar varias fracciones se puede hacer como sigue: se multiplican numerador y denominador de cada fracción por los denominadores de las demás. así:

$$\frac{4}{9}+\frac{5}{12}+\frac{7}{10}=\frac{4\cdot 12\cdot 10}{9\cdot 12\cdot 10}+\frac{5\cdot 9\cdot 10}{9\cdot 12\cdot 10}+\frac{7\cdot 9\cdot 12}{9\cdot 12\cdot 10}=\frac{480}{1080}+\frac{450}{1080}+\frac{756}{1080}=\frac{480+450+756}{1080}=\frac{1686}{1080}.$$

Simplificando: $\frac{1686}{1080}=[:6]=\frac{281}{180}$.

Si se halla el mcm de los denominadores, mcm(9, 12, 10) = 180, entonces:

$$\frac{4}{9}+\frac{5}{12}+\frac{7}{10}=\frac{80}{180}+\frac{75}{180}+\frac{126}{180}=\frac{80+75+126}{180}=\frac{281}{180}.$$

Suma o resta de números enteros y fracciones

Si escribimos el número como una fracción con denominador 1, la operación se reduce a alguna de las anteriores. También pueden aplicarse directamente las fórmulas:

$$a\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm c}{d};\quad \frac{a}{b}\pm c=\frac{a\pm cb}{b}$$

Ejemplos:

a) $3+\frac{4}{15}=\frac{3}{1}+\frac{4}{15}=\frac{3\cdot 15+4}{15}=\frac{49}{15}$.   b) $4-\frac{3}{7}=\frac{4}{1}-\frac{3}{7}=\frac{4\cdot 7-3}{7}=\frac{25}{7}$.

c) $\frac{4}{7}+2=\frac{4}{7}+\frac{2}{1}=\frac{4+2\cdot 7}{7}=\frac{18}{7}$.   d) $\frac{3}{8}-5=\frac{3}{8}-\frac{5}{1}=\frac{3-5\cdot 8}{8}=\frac{-37}{8}$.

Multiplicación de fracciones

La fracción resultante tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador, el producto de los denominadores. Esto es, sus términos se multiplican en "paralelo": $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.

Ejemplos:

a) $\frac{4}{7}\cdot\frac{(-5)}{12}=\frac{4\cdot(-5)}{7\cdot 12}=\frac{-20}{84}=-\frac{5}{21}$.   b) $\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{10}=\frac{5\cdot 3}{12\cdot 10}=\frac{15}{120}=\frac{1}{8}$.

Multiplicación de un número entero por una fracción

La fracción resultante tiene como numerador el producto del número por el numerador; el denominador será el mismo. Esto es: $a\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{d}$ y $\frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b}$.

Ejemplos:

a) $7\cdot\frac{5}{11}=\frac{7\cdot 5}{11}=\frac{35}{11}$. b) $\frac{3}{14}\cdot 6=\frac{3\cdot 6}{14}=\frac{18}{14}=\frac{9}{7}$

División de fracciones

La fracción resultante tiene como numerador el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda, y como denominador, el producto del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Esto es, sus términos se multiplican en cruz → $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$.

Ejemplos:

a) $\frac{6}{7}:\frac{3}{9}=\frac{6\cdot 9}{7\cdot 3}=\frac{54}{21}=\frac{18}{7}$. b) $\frac{3}{11}:\left(-\frac{6}{7}\right)=\frac{3}{11}:\frac{(-6)}{7}=\frac{3\cdot 7}{11\cdot(-6)}=\frac{21}{-66}=-\frac{7}{22}$.

División de un número entero por una fracción y de una fracción por un número entero

Escribiendo el número entero como una fracción con denominador 1 la operación se hace como se ha indicado en general. Esto es: $a:\frac{c}{d}=\frac{a}{1}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{c}$; $\frac{a}{b}:c=\frac{a}{b}:\frac{c}{1}=\frac{a}{b\cdot c}$.

Ejemplos:

a) $4:\frac{5}{7}=\frac{4}{1}:\frac{5}{7}=\frac{28}{5}$. b) $\frac{3}{8}:(-2)=\frac{3}{8}:\frac{(-2)}{1}=\frac{3}{8\cdot(-2)}=\frac{3}{-16}=-\frac{3}{16}$

Prioridad de operaciones y uso de paréntesis

Cuando las operaciones aparecen combinadas, primero se resuelven los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones; por último, las sumas y restas.

Ejemplos:

a) $\frac{9}{20}-\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\right)=\frac{9}{20}-\left(\frac{6}{9}-\frac{5}{9}\right)\cdot\left(\frac{15}{20}+\frac{4}{20}\right)=\frac{9}{20}-\frac{1}{9}\cdot\frac{19}{20}=\frac{9}{20}-\frac{19}{180}=$

$=\frac{81}{180}-\frac{19}{180}=\frac{62}{180}=\frac{31}{90}$

b) $\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right)\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=\left(\frac{6}{9}-\frac{5}{9}\right)\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{9}\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=\frac{3}{36}-\frac{1}{5}=\frac{15}{180}-\frac{36}{180}=\frac{-21}{180}=-\frac{7}{60}$

c) $\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\cdot\left(\frac{15}{20}-\frac{4}{20}\right)=\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\cdot\frac{11}{20}=\frac{2}{3}-\frac{55}{180}=\frac{120}{180}-\frac{55}{180}=\frac{65}{180}=\frac{13}{36}$.

d) $\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)=\left(\frac{6}{9}-\frac{5}{9}\right)\cdot\left(\frac{15}{20}-\frac{4}{20}\right)=\frac{1}{9}\cdot\frac{11}{20}=\frac{11}{180}$.

Potenciación de fracciones

La potencia de una fracción tiene el mismo significado que la potenciación en general, y se cumplen las mismas propiedades.

Por definición: $\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$.

Propiedad inicial: $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$. También se emplea al revés: $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$.

Ejemplos:

a) $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2^3}{5^3}=\frac{8}{125}$. b) $\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1^4}{3^4}=\frac{1}{81}$. c) $\frac{6^3}{9^3}=\left(\frac{6}{9}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2^3}{3^3}=\frac{8}{27}$.

Recuerda. Propiedades de la potenciación con números enteros:

1. $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$ **2.** $a^n:a^m=a^{n-m}$ **3.** $(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$

4, $(a:b)^n=a^n:b^n$ **5.** $(a^n)^m=a^{n\cdot m}$ **6.** $a^0=1$, con $a\neq 0$

Con fracciones se cumplen igualmente:

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^n\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$ **2.** $\left(\frac{a}{b}\right)^n:\left(\frac{a}{b}\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$ **3.** $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^n$

4. $\left(\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n:\left(\frac{c}{d}\right)^n$ **5.** $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^{n\cdot m}$ **6.** $\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$

Ejemplos:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{2^5}{3^5}=\frac{32}{243}$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^5:\left(\frac{4}{5}\right)^3=\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$.

3) $\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^4=\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{4}\right)^4=\left(\frac{9}{12}\right)^4=\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{3^4}{4^4}=\frac{81}{256}$.

4) $\left(\frac{1}{3}:\frac{5}{6}\right)^3=\left(\frac{1}{3}\right)^3:\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{1^3}{3^3}:\frac{5^3}{6^3}=\frac{1}{27}:\frac{125}{216}=\frac{216}{27\cdot125}=\frac{216}{3375}=\frac{8}{125}$.

En este caso conviene operar antes el paréntesis: $\left(\frac{1}{3}:\frac{5}{6}\right)^3=\left(\frac{6}{15}\right)^3=\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2^3}{5^3}=\frac{8}{125}$.

5) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^4=\left(\frac{3}{5}\right)^8$. 6) $\left(\frac{7}{8}\right)^0=1$; $\left(\frac{-1}{5}\right)^0=1$.

Potencia de exponente negativo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n \qquad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad \frac{1}{a^{-n}}=a^n$$

Ejemplos:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{3}\right)^2$. b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{1}\right)^3=2^3=8$. c) $\frac{2^{-3}}{3^{-3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{3^3}{2^3}=\frac{27}{8}$.

Fracciones y números decimales. Fracción generatriz
Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal. Por tanto, una fracción puede considerarse como un número decimal.

Ejemplos:
a) $\frac{3}{5} = 0{,}6$ b) $\frac{3}{8} = 0{,}375$ c) $\frac{12}{5} = 2{,}4$ d) $\frac{23}{100} = 0{,}23$ e) $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$

- Y al revés, los números decimales con un número finito de cifras decimales (decimales *exactos*) o con un número infinito de cifras decimales periódicas (decimales periódicos), pueden escribirse como una fracción.

Decimales exactos
Para expresar un número decimal *exacto* en fracción se suprime la coma y se divide por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales hubiera.

Ejemplos:
a) $0{,}78 = \frac{78}{100}$ b) $3{,}2 = \frac{32}{10}$ c) $0{,}375 = \frac{375}{1000}$ d) $3{,}07 = 3 + \frac{7}{100} = \frac{307}{100}$.

Decimales periódicos (fracción generatriz)
Para obtener la fracción equivalente (generatriz) a un número decimal periódico hay que multiplicar el número dado por 10, 100, …, según convenga, a fin de que al restar los números se consiga eliminar las cifras decimales.

Ejemplos:
a) Si el número es 5,343434… → Se escribe $F = 5{,}343434\ldots$
1. Se multiplica por 100: $100 \cdot F = 534{,}343434\ldots$
2. Se escribe el mismo número: $F = 5{,}343434\ldots$
- Se restan esos números: $99 \cdot F = 529$ → Se despeja F: $F = \frac{529}{99}$.

b) Si el número es 2,5676767… → Se escribe $F = 2{,}5676767\ldots$
1. Se multiplica por 1000: $1000 \cdot F = 2567{,}6767\ldots$
2. Se multiplica por 10: $10 \cdot F = 25{,}6767\ldots$
- Se restan esos números: $990 \cdot F = 2542$ → Se despeja F: $F = \frac{2542}{990}$.

Los números racionales son todos los que pueden escribirse en forma de fracción.
Los números racionales son: los naturales, los enteros, los decimales con un número finito de cifras decimales y los números decimales periódicos.

Ejemplos:
Son racionales los números: 3; –7; 2,03; –0,001; 1,555…; 0,03673673367…

- Los números con infinitas cifras decimales no periódicas se llaman números irracionales.

(Los números racionales más los irracionales forman el conjunto de los números reales).

Ejemplos:
Son irracionales los números: 7,01001000100001…; 2,345678910…; $\sqrt{2}$; π…
El número π = 3,1415926535893… tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

Ejercicios y Problemas

1. Reduce a común denominador las fracciones:

a) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}, \frac{7}{15}, \frac{5}{12}$ c) $\frac{2}{9}, \frac{4}{15}, \frac{11}{30}$ d) $\frac{2}{7}, \frac{8}{21}, \frac{11}{42}$

2. Halla:

a) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$. b) $\frac{1}{3}-\frac{7}{15}-\frac{5}{12}$ c) $\frac{2}{9}-\frac{4}{15}+\frac{11}{30}$ d) $\frac{2}{7}-\left(\frac{8}{21}-\frac{11}{42}\right)$

3. Halla:

a) $3+\frac{1}{5}$ b) $2-\frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{7}+3$ d) $\frac{11}{2}-4$

4. Calcula y simplifica:

a) $\frac{3}{7}-\frac{1}{3}$ b) $2+\frac{1}{4}-\frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{5}\cdot\frac{15}{18}$ d) $\frac{3}{5}:\frac{12}{7}$

5. Halla, simplificando el resultado:

a) $\frac{5}{12}\cdot\frac{9}{15}$ b) $\frac{7}{18}\cdot\frac{6}{7}$ c) $10\cdot\frac{9}{15}$ d) $\frac{8}{15}\cdot 12$

6. Calcula, simplificando el resultado:

a) $\frac{5}{12}:\frac{4}{15}$ b) $4:\frac{2}{3}$ c) $\frac{8}{15}:\frac{12}{15}$ d) $\frac{50}{3}:5$

7. ¿Qué fracción hay que sumar a 1/5 para obtener 5/8?

8. ¿Qué fracción hay que restar a 7 para obtener 12/5?

9. ¿Por qué fracción hay que multiplicar a 20 para obtener 5/8?

10. ¿Por qué fracción hay que dividir 17/8 para obtener 5/8?

11. Calcula:

a) $\frac{2}{5}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$ b) $\left(\frac{1}{3}-\frac{7}{15}\right)\cdot\frac{5}{12}$ c) $\left(\frac{2}{9}-\frac{4}{15}\right):\frac{11}{30}$ d) $\frac{2}{7}:\left(\frac{8}{21}-\frac{11}{42}\right)$

12. Calcula y simplifica:

a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}:\left[\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{10}\right]$ c) $\dfrac{\frac{3}{4}+1}{\frac{3}{5}-2}$ d) $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\cdot\left(3-\frac{7}{4}\right)$

13. Calcula y simplifica:

a) $\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{7}\right)\cdot\left(3-\frac{7}{4}\right)$ b) $\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{7}\right)\cdot 3-\frac{7}{4}$ c) $\frac{2}{5}-\frac{1}{7}\cdot\left(3-\frac{7}{4}\right)$ d) $\frac{2}{5}-\frac{1}{7}\cdot 3-\frac{7}{4}$

14. Calcula:

a) $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{9}\right)\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{5}$ b) $\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right)+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}$ c) $4-\frac{3}{7}-\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right)$ d) $\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right):\frac{5}{6}-\frac{1}{5}$

15. Calcula, simplificando al máximo:

a) $3 \cdot (2^{-2} + 3^2) - 5 \cdot (-4)^2 + 7 \cdot 3^{-1}$ b) $3^{12} \cdot 3^{-10}$

16. Expresa mediante una sola potencia:

a) $\frac{5^3}{5^5}$ b) $\frac{2^4}{2^7}$ c) $\frac{5^4}{15^4}$ d) $\frac{(-9)^{-5}\cdot 3^4}{27^{-3}}$

17. Calcula:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 3^4$ b) $\left(\frac{4}{5}\right)^5\cdot\left(\frac{15}{8}\right)^3$ c) $\left(\frac{4}{5}\right)^5:\left(\frac{8}{5}\right)^3$ d) $\left(\frac{1}{3}\right)^5:\left(\frac{1}{2}\right)^5$

18. Calcula, simplificando al máximo:

a) $\left(\frac{1}{10}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^3$ b) $\left(\frac{3}{2}\right)^3:\left(\frac{3}{2}\right)^5$ c) $\left(\frac{4}{7}\right)^5\cdot\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ d) $\left(\frac{2}{5}:\frac{4}{15}\right)^4$

19. Calcula:

a) $\left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^3$ b) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\right)^2$ c) $\left(\left(\frac{5}{9}\right)^4\right)^0$

20. Calcula, simplificando el resultado cuando sea posible:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ b) $\left(\frac{1}{10}\right)^3$ c) $\frac{10^3}{3^3}$ d) $\frac{3^3}{10^3}$

e) $\frac{3^8}{6^8}$ f) $\frac{10^4}{15^4}$ g) $\left(\frac{50}{100}\right)^5$ h) $\frac{12^3}{8^3}=$

21. Simplifica al máximo las expresiones: a) $\frac{8\cdot 81\cdot 150^4}{25^2\cdot 36^5}$; b) $\frac{2^5\cdot 6^3\cdot 15^4}{2^6\cdot 3^7\cdot 10^3}$.

→ Conviene expresar cada término como producto de sus factores primos; después, aplicando las propiedades de la potenciación, se simplifica.

a) $\frac{8\cdot 81\cdot 150^4}{25^2\cdot 36^5}=\frac{2^3\cdot 3^4\cdot\left(2\cdot 3\cdot 5^2\right)^4}{\left(5^2\right)^2\cdot\left(2^2\cdot 3^2\right)^5}=\frac{2^3\cdot 3^4\cdot 2^4\cdot 3^4\cdot 5^8}{5^4\cdot 2^{10}\cdot 3^{10}}=\frac{2^7\cdot 3^8\cdot 5^8}{5^4\cdot 2^{10}\cdot 3^{10}}=\frac{5^4}{2^3\cdot 3^2}=\frac{625}{72}$.

b) $\frac{2^5\cdot 6^3\cdot 15^4}{2^6\cdot 3^7\cdot 10^3}=\frac{2^5\cdot(2\cdot 3)^3\cdot(3\cdot 5)^4}{2^6\cdot 3^7\cdot(2\cdot 5)^3}=\frac{2^5\cdot 2^3\cdot 3^3\cdot 3^4\cdot 5^4}{2^6\cdot 3^7\cdot 2^3\cdot 5^3}=\frac{2^8\cdot 3^7\cdot 5^4}{2^9\cdot 3^7\cdot 5^3}=\frac{5}{2}$.

22. Simplifica al máximo:

a) $\frac{2^{15}}{2^{11}}$ b) $\frac{12^5}{6^5}$ c) $\frac{(-2)^7\cdot 16}{4^3}$ d) $\frac{2^5\cdot 3^8\cdot 5^3}{2^6\cdot 3^7\cdot 50}$ e) $\frac{25^2}{30^5}\cdot\frac{12^6}{10^4}$

23. Expresa en función de las potencias de 10 las siguientes cantidades:
a) 500000 b) 2100000 c) 1230000000
d) 0,000006 e) 0,00032 f) 0,00000090

24. Expresa en notación decimal las siguientes cantidades dadas en función de las potencias de 10:
a) $3{,}05 \cdot 10^6$ b) $6{,}804 \cdot 10^7$ c) $2 \cdot 10^{-4}$ d) $4{,}01 \cdot 10^{-5}$

25. Escribe como número decimal cada una de las siguientes fracciones:
a) $\frac{12}{5}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{13}{3}$ d) $\frac{7}{22}$

26. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:
a) 12,023 b) 3,444… c) 5,232323… d) 2,12333…

Soluciones:

1.a) $\frac{12}{30}, \frac{10}{30}, \frac{5}{30}$. b) $\frac{20}{60}, \frac{28}{60}, \frac{25}{60}$. c) $\frac{20}{90}, \frac{24}{90}, \frac{33}{90}$. d) $\frac{12}{42}, \frac{16}{42}, \frac{11}{42}$.

2.a) $\frac{17}{30}$. b) $-\frac{11}{20}$. c) $\frac{29}{90}$ d) $\frac{1}{6}$.

3. a) $\frac{16}{5}$. b) $\frac{7}{4}$. c) $\frac{23}{7}$ d) $\frac{3}{2}$.

4. a) $\frac{2}{21}$. b) $\frac{11}{6}$. c) $\frac{1}{2}$. d) $\frac{7}{20}$.

5. a) $\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{18}{5}$. d) $\frac{32}{5}$.

6. a) $\frac{75}{48}$. b) 6. c) $\frac{2}{3}$. d) $\frac{10}{3}$.

7. 17/40.

8. 23/5.

9. 1/32.

10. 17/5.

11. a) $\frac{7}{30}$. b) $-\frac{1}{8}$. c) $-\frac{4}{33}$. d) $\frac{12}{5}$

12. a) $\frac{13}{12}$. b) $\frac{8}{9}$. c) $-\frac{5}{4}$. d) $-\frac{1}{60}$.

13. a) $\frac{9}{28}$. b) $\frac{-137}{140}$. c) $\frac{31}{140}$. d) $\frac{-249}{140}$

14. a) $\frac{43}{60}$. b) $\frac{47}{180}$. c) $\frac{218}{63}$. d) $-\frac{1}{15}$

15. a) $-\frac{599}{12}$. b) 3^2.

16. a) 5^{-2}. b) 2^{-3}. c) 3^{-4}. d) -3^3.

17. a) 36. b) $\frac{54}{25}$ .c) $\frac{2}{25}$. d) $\frac{32}{243}$.

18. a) $10^{-8} = 0{,}00000001$. b) $\frac{4}{9}$ .c) $\frac{16}{49}$. d) $\frac{81}{16}$.

19. a) $10^{-6} = 0{,}000001$. b) $\frac{5^4}{2^4}$. c) 1.

20. a) $\frac{1}{27}$. b) $\frac{1}{1000} = 0{,}001$. c) $\frac{1000}{27}$. d) $\frac{27}{1000}$. e) $\frac{1}{2^8}$. f) $\frac{14}{81}$. g) $\frac{1}{32}$. h) $\frac{27}{8}$.

22. a) $2^4 = 16$. b) $2^5 = 32$. c) $-2^5 = -32$. d) $\frac{15}{4}$. e) $\frac{8}{9}$.

23. a) $5 \cdot 10^5$. b) $2{,}1 \cdot 10^6$. c) $123 \cdot 10^7$. d) $6 \cdot 10^{-6}$. e) $3{,}2 \cdot 10^{-4}$. f) $9 \cdot 10^{-7}$.

24. a) 3050000. b) 68040000. c) 0,0002. d) 0,0000401.

25. a) 2,4. b) 1,75. c) 4,333… d) 0,3181818…

26. a) $\frac{12023}{1000}$. b) $\frac{31}{9}$. c) $\frac{518}{99}$. d) $\frac{2102}{990}$.