# Tema 3. Sistemas de numeración: decimal y sexagesimal Resumen

El sistema de numeración decimal utiliza diez dígitos: 0, 1, 2, …, 9.
Diez unidades de cualquier orden forman una unidad del orden inmediato superior.
Una unidad de cualquier orden se divide en diez unidades del orden inmediato inferior.

10 unidades = 1 decena; 10 decenas = 100 unidades = 1 centena.
1 unidad = 10 décimas → 1 décima = 0,1 unidades.
1 décima = 10 centésimas → 1 centésima = 0,01 unidades.
1 centésima = 10 milésimas → 1 milésima = 0,001 unidades.

- El sistema de numeración decimal es posicional, que significa que el valor de una cifra depende de la posición que ocupa en el número.
- Para expresar cantidades comprendidas entre dos números se utilizan los números decimales. Así, los números entre 3 y 4 se designan por 3,1; 3,2; 3,45; 3,568…
- Entre dos números decimales siempre pueden intercalarse otro. Así, entre 6,72 y 6,73 está 6,721 y 6,722 …; entre 6,721 y 6,722 está 6,7211 y 6,7212 …

Observa que 6,72 = 6,720 y 6,73 = 6,730, y que entre 20 y 30 están 21, 22, …

**Ejemplo**:
345,304 = **3**00 + **4**0 + **5** + 0,**3** + 0,0**0** + 0,00**4** → Se lee: trescientos cuarenta y cinco unidades y trescientas cuatro milésimas → 345,304 = 345 + 0,304.

Números y potencias de base 10
La potencia $10^n$ equivale a la unidad de orden de magnitud *n*; esto es, 1 seguido de tantos ceros como indica el exponente *n*. Así:

$10^0 = 1$ (unidad). $10^1 = 10$ (decena: orden de magnitud 1).
$10^2 = 100$ (centena: magnitud 2). $10^3 = 1000$ (unidad de millar: magnitud 3) …

Si se extienden esta notación a exponentes negativos se tiene:

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ (décima). $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ (centésima)

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$ (milésima). $10^{-4} = 0{,}0001$; … ; $0{,}000001 = 10^{-6}$…

Por tanto, cualquier número entero o decimal, puede escribirse mediante potencias de 10.

**Ejemplos**:
a) $7345304 = 7 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$.
b) $368{,}098 = 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} =$
$= 300 + 60 + 8 + 0{,}0 + 0{,}09 + 0{,}008$.
(Esta manera de escribir lo números se llama compleja; también, polinómica).

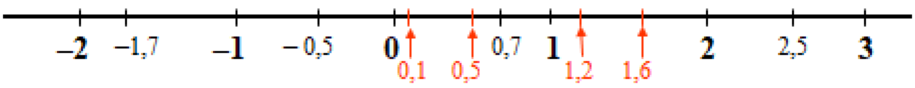
Números muy grandes o muy pequeños (notación científica)
Las potencias de 10 facilitan la expresión de números de muchas cifras, decimales o no. En muchos de ellos, para facilitar la comprensión de la cantidad conviene redondear.

**Ejemplos**:
a) $1600000000 = 16 \cdot 100000000 = 16 \cdot 10^8$. También: $1{,}6 \cdot 1000000000 = 1{,}6 \cdot 10^9$.
b) $0{,}00000089 = 89 \cdot 0{,}00000001 = 89 \cdot 10^{-8}$. También: $8{,}9 \cdot 10^{-7}$.
Las calculadoras suelen expresar el resultado en forma de potencia, que se llama notación científica. Así, si en la calculadora se escribe 0,00000089 $\boxed{=}$ aparece $8{,}9 \cdot 10^{-7}$.

Tipos de números decimales
Números con un número finito de cifras decimales: 3,56; 0,567; 89,4.
Números con infinitas cifras decimales periódicas: 3,55555…; 42,7090909…
Números con infinitas cifras decimales no periódicas: 2,012345…

Para comparar dos números decimales se contrastan cifra a cifra comenzando por la izquierda. Así, y es obvio: 3,45 < 4,01 y 5,768 > 5,767

Los números decimales pueden representarse en la recta numérica. Todo número representado a la izquierda es menor que cualquiera representado a su derecha.




Si un número tiene muchas cifras decimales conviene dar una aproximación por redondeo. Redondear un número consiste en suprimir las cifras decimales a partir de un determinado orden; si la primera cifra suprimida es mayor o igual que 5 se le suma 1 a la última cifra.
El error cometido, que es el valor absoluto de la diferencia entre el valor real y el valor redondeado, es menor que media unidad del orden que se aproxima.

**Ejemplo**:
El número 34,74583 se aproxima:
a) a unidades por 35, pues la primera cifra suprimida (7) es mayor que 5.
El error que se comete es: $E=|34,74583-35|=|-0,25417|=0,25417<0,5$.
b) a décimas por 34,7. El error que se comete, $E=|34,74583-34,7|=0,04583<0,05$.
c) a centésimas por 34,75. El error es $E=|34,74583-34,75|=|-0,00417|=0,00417<0,005$.
d) El mismo número 34,74583 se aproxima a milésimas por 34,746. El error que se comete es $E=|34,74583-34,746|=|-0,00017|=0,00017<0,0005$.

Operaciones con números decimales
Suma y resta: para sumar o restar números decimales se colocan en columna haciendo coincidir los órdenes de las unidades correspondientes.
Multiplicación: se multiplican como si fuesen enteros y, después; el número de cifras decimales del producto es la suma de las cifras decimales de los factores.
División: Se añaden ceros a la derecha al decimal que tenga menos cifras, hasta igualar las cifras decimales de ambos números. Para obtener los decimales del cociente se pone la coma y se siguen "bajando" ceros en el resto, hasta que se consiga el orden decimal deseado.

Nota: Si tienes dificultades con estas operaciones puedes repasar el Tema 2 de 1º ESO.

El sistema sexagesimal: medida del tiempo
El tiempo se mide en horas, minutos y segundos.
La unidad fundamental es el segundo, s.

- El sistema del tiempo es sexagesimal, de base 60:
  1 hora (h) = 60 minutos (min); 1 min = 60 segundos (s);
  1 h = 60 · 60 = 3600 s.

Para pasar de horas a minutos y de minutos a segundos se multiplica por 60;
Al revés, se divide por 60.
(La abreviatura de horas es h: se escribe 2 h, no 2 hs. Ídem para min: 5 min; no 5 mins).

- Las magnitudes temporales pueden darse de forma compleja (en h, min y s) o en forma incompleja (en una sola unidad, incluso con decimales). Para períodos de tiempo largos se utilizan otras unidades: día, semana, mes, año, trienio, decenio, siglo …

<u>Nota</u>: Cuando se requiere mayor precisión, por ejemplo, en competiciones deportivas se utilizan décimas, centésimas y milésimas de segundo, decisegundo (ds), centisegundo (cs) y milisegundo (ms): 1 s = 10 ds = 100 cs = 1000 ms.

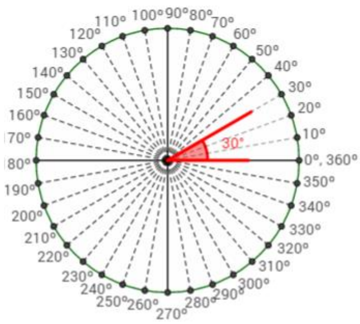
**Ejemplos**:
a) 2 h 25 min 42 s = 120 min 25 min 42 s = 145 min + 42 s = 145 · 60 s + 42 s = 8742 s.
b) 1,25 h = 1,25 · 60 = 75 min = 1 h 15 min. (<u>Ojo</u>: No confundir 1,25 h con 1 h 25 min).
c) 1 día = 24 h = 1440 min = 86400 s.
d) Paso de forma incompleja a compleja. Para expresar, por ejemplo 8972 segundos en horas minutos y segundos se divide sucesivamente por 60. El primer resto son los segundos; el segundo resto, los minutos; el cociente final, las horas.

| | | |
|---|---|---|
| 8972 | 60 | |
| 297 | 149 | 60 |
| 572 | **29 min** | **2 horas** |
| **32 s** | | |

Se concluye que:
8972 s = 2 h 29 min 32 s

<u>Uso de calculadoras</u>
La conversión de una forma a otra puede hacerse con la <u>calculadora</u>, usando la tecla $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$; esta tecla está relacionada con ángulos, pero también puede utilizarse para tiempos.
Para un tiempo de 2 h 41 min 24 s se teclea 2 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ 41 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ 24 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ $\boxed{=}$ $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ → 2,69 h.
Al revés, para expresar 1,25 h en forma compleja se teclea 1,25 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ $\boxed{=}$. Se obtiene 1º 15º 0, que hay que interpretar como 1 h 15 min
Siempre hay que introducir las horas, minutos y segundos, incluso si son 0. Así, para expresar 8972 s en forma compleja, se teclea 0 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ 0 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ 8972 $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ $\boxed{=}$ $\boxed{^{\circ}\ '\ ''}$ → 2 h 29 min 32 s.

<u>El sistema sexagesimal: medida de ángulos</u>
También es un sistema de base 60:
Un ángulo completo mide 360 grados: 360º.
1 grado = 60 minutos de ángulo → 1º = 60´;
1´ = 60 segundos → 1´ = 60´´.




- Las magnitudes angulares pueden darse de forma compleja (en varias unidades) o en forma incompleja (en una sola unidad, incluso con decimales). El paso de una forma a otra se hace de la manera análoga a lo visto con las medidas de tiempo.

**Ejemplos**:
a) 35,6º = 35º + 0,6º = 35º 36´ → 0,6º = 0,6 · 60 = 36´.
b) 312´´ = 300´´ + 12´´ = 5´ 12´´ → 300´´ : 60 = 5´.
c) 12312´´ = 12300´´ + 12´´ = 205´ + 12´´ → 12300´´ : 60 = 205´.
= 3º + 25´ + 12´´ → 205¨: 60 = 3º y resto 25´.
Por tanto, 12312´´ = 3º 25´ 12´´.
Como en el caso del tiempo, puede dividirse sucesivamente. Así, para expresar en forma compleja 12312´´ se hace lo siguiente:

| | | |
|---|---|---|
| 12312´´ | 60 | |
| 31 | 205´ | 60 |
| 312 | **25´** | **3º** |
| **12´´** | | |

Se concluye que:
12312´´ = 3º 25´ 12´´.

- Estas transformaciones pueden hacerse directamente con la calculadora: tecla $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$.

Para el ángulo 25º 28´ 48´´ se teclea 25 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ 28 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ 48 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ $\boxed{=}$ $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ → 25,48º.

Al revés, para expresar 25,48º en forma compleja, se teclea: 25,48 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ $\boxed{=}$ → se obtiene 25º 28´ 48´´.

Siempre hay que introducir los grados, minutos y segundos, incluso si son 0.

**Ejemplos**:

a) Para el ángulo 0º 25´ 30´´ se teclea 0 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ 25 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ 30 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ $\boxed{=}$ $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ → 0,425º.

b) Para 30º 0´ 45´´ se teclea 30 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ 0 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ 45 $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ $\boxed{=}$ $\boxed{{}^{\circ}\,{}'\,{}''}$ → 30,0125º.

Nota: Las operaciones con medidas angulares se vieron en 1º de ESO; si necesitas volver a recordarlas puedes ver el Resumen de 1º de ESO.

## Ejercicios

**1**. Escribe cómo se leen los siguientes números:

a) 2405 b) 203,8 c) 0,38 d) 20348 e) 3,0012

**2**. Escribe con números:

a) veinte unidades y treinta y dos milésimas.
b) cuatrocientas cinco diezmilésimas.
c) dos mil trescientas unidades y quinientas veinticinco cienmilésimas.
d) siete cienmilésimas.

**3**. Escribe en forma polinómica (como suma de números por potencias de 10) las siguientes cantidades:

a) 9305714 b) 56820 c) 7,492 d) 0,000004

**4**. Escribe en forma simple los siguientes números:

a) $2 \cdot 10^7 + 0 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$.
b) $8 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1$.
c) $7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$.
d) $3 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-7}$.

**5**. Escribe en notación científica los números (puedes usar calculadora):

a) 3400000000 b) 200000000000 c) 0,00003 d) 0,000000008

**6**. Escribe en forma simple los siguientes números dados en notación científica:

a) $3{,}4 \cdot 10^5$ b) $2 \cdot 10^7$ c) $4 \cdot 10^{-5}$ d) $5 \cdot 10^{-4}$

**7**. Ordena de menor a mayor los siguientes números:

3,08; 3,023; 3,24; 3,189; 3,203; 3,501; 3,303

**8**. Intercala un número entre cada pareja:
a) 4,9 y 4,91 b) 7,23 y 7,24 c) 0,021 y 0,022 d) 2,33 y 2,333…

**9**. Redondea a centésimas:
a) 234,6451 b) 3,0025 c) 9,6449 d) 0,9705 e) 1,675

**10**. Redondea al orden de unidades que se indica los siguientes números:
a) 245603 (a los millares) b) 2345499 (a los millares)
c) 7445421952 (a millones) d) 230704567 (a millones)

**11**. Aproxima a las unidades:
a) 12,09 b) 230,62 c) 90,78 d) 10,3 e) 304,8

**12.** Realiza, sin utilizar calculadora, aunque puedes comprobar tu resultado con ella, las siguientes sumas y restas:
a) 23,1 + 12,34 + 678,00367 c) 24 – 12,8
b) 4980,45 + 789,37 + 1003,408 d) 30445,24 – 8892,973

**13**. Multiplica:
a) 23,7 × 3,4 b) 0,36 × 9,2 c) 39 × 0,09 d) 2,01 × 7,04 e) 0,0028 × 0,06
Comprueba tus resultados con la calculadora.

**14**. Divide:
a) 24 : 3,2 b) 2,05 : 0,1 c) 0,28 : 0,05 d) 12,6 : 3,02 e) 23,07 : 0,6
Comprueba tus resultados con la calculadora.

**15**. Expresa en segundos:
a) 2 h b) 234 min c) 2 h 36 min d) 2,36 h e) 17,8 min

**16**. Expresa en horas, minutos y segundos:
a) 130005 s b) 4575 min c) 2,5 h d) 200,4 min e) 2,152 h

**17**. Halla, expresando el resultado en forma compleja:
a) (15 h 18 min 24 s) + (6 h 41 min 42 s).
b) (12 h 27 min 39 s) – (6 h 33 min 42 s).
c) 3 · (7 h 25 min 47 s).
d) (38,40 h) : 4.


**18**. Expresa en grados, minutos y segundos:
a) 23,85º b) 1000´ c) 30000´´ d) 200,5´ e) 0,23º

**19**. Halla:
a) (23º 27´ 39´´) + (6º 41´ 42´´) b) (23º 27´ 39´´) – (6º 41´ 42´´)

**20**. Para ir de A a B unos excursionistas emplearon 2,34 h y para volver tardaron 105,2 min. ¿Cuál fue el tiempo total que necesitó para ir y volver?

**21**. Divide un ángulo de 148,5º en cuatro partes iguales. Da el resultado en grados, minutos y segundos.

**Soluciones**:
**1**. a) dos mil cuatrocientos cinco. b) doscientas tres unidades y ocho décimas. c) treinta y ocho centésimas. d) veinte mil trescientas cuarenta y ocho unidades. e) tres unidades y doce diezmilésimas.
**2**. a) 20,032. b) 0,0405. c) 2300,00525. d) 0,00007.
**3**. a) $9 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$.
b) $5 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1$.
c) $7 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$. d) $4 \cdot 10^{-6}$.
**4**. a) 20525031. b) 80730. c) 732,402. d) 0,3040005.
**5**. a) $3,4 \cdot 10^9$. b) $2 \cdot 10^{11}$. c) $3 \cdot 10^{-5}$. d) $8 \cdot 10^{-9}$.
**6**. a) 340000. b) 20000000. c) 0,00004. d) 0,0005.
**7**. 3,023 < 3,08 < 3,189 < 3,203 < 3,24 < 3,303 < 3,501
**8**. a) 4,905. b) 7,231. c) 0,02109. d) 2,332.
**9**. a) 234,65. b) 3,00. c) 9,64. d) 0,97. e) 1,68.
**10**. a) 246000. b) 246000. c) 7445000000. d) 231000000.
**11**. a) 12. b) 231. c) 91. d) 10. e) 305
**12**. a) 713,44367. b) 5873,228. c) 11,2. d) 21552,267
**13**. a) 80,58. b) 3,312. c) 3,51. d) 14,1504. e) 0,000168
**14**. a) 7,5. b) 20,5. c) 5,6. d) 4,17. e) 38,45.
**15**. a) 7200 s. b) 14040 s. c) 9360 s. d) 8496 s. e) 1068 s.
**16**. a) 36 h 6 min 45 s. b) 76 h 15 min. c) 2 h 30 min. d) 3 h 20 min 24 s. e) 2 h 9 min 7,2 s.
**17**. a) 22 h 0 min 6 s. b) 5 h 53 min 57 s. c) 22 h 15 min 21 s. d) 9 h 36 min.
**18**. a) 23º 51´. b) 16º 40´. c) 8º 20´. d) 3º 20´ 30´´. e) 13´ 48´´.
**19**. a) 30º 9´ 21´´. b) 16º 45´ 57´´.
**20**. 4 h 5 min 36 s
**21**. 37º 7´ 30´´.