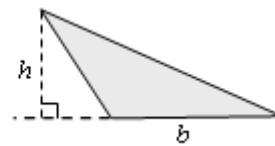
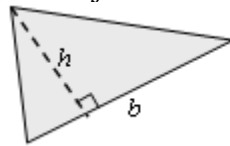
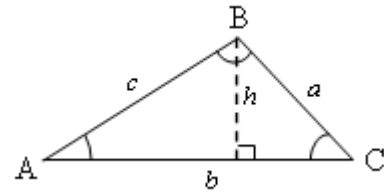


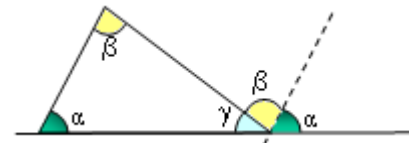
## Tema 9 (III). Geometría: Triángulos

## Resumen

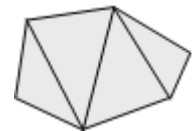
- Los triángulos pueden describirse mediante letras. Los vértices con las letras mayúsculas A, B y C y los lados opuestos con minúsculas  $a$ ,  $b$  y  $c$ , respectivamente.
- La altura, que es la distancia desde un vértice al lado opuesto, suele designarse con la letra  $h$ . La altura siempre es la perpendicular desde un vértice a su lado opuesto. (Si el triángulo está girado, sin la base horizontal, hay que tener cuidado al trazarla: siempre debe ser perpendicular). Por tanto, la altura no cae en el punto medio del lado opuesto; ni siquiera, necesariamente sobre él: puede caer sobre su prolongación. Véanse los siguientes dibujos.



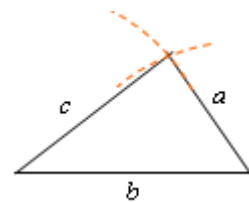
- El área de un triángulo es  $S = \frac{b \cdot h}{2}$ .
- El perímetro de un triángulo es la suma de las longitudes de los tres lados:  $p = a + b + c$ .
- Cualquier lado de un triángulo es más corto que la suma de las longitudes de los otros dos lados:  $a < b + c$ .
- La suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a dos rectos:  $180^\circ$ . (Puestos consecutivamente los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  se forma un ángulo llano:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ).



El triángulo es la figura *comodín* de los polígonos, pues cualquier polígono puede descomponerse en triángulos. Por eso, todo lo referente al triángulo merece un estudio más detallado.



Conocidas las longitudes de los tres lados de un triángulo, éste se puede construir con la ayuda de una regla y de un compás. Para ello hay que trazar, con centro en los extremos de uno de los lados, arcos de circunferencia con radios respectivamente iguales a las longitudes de los otros dos lados.

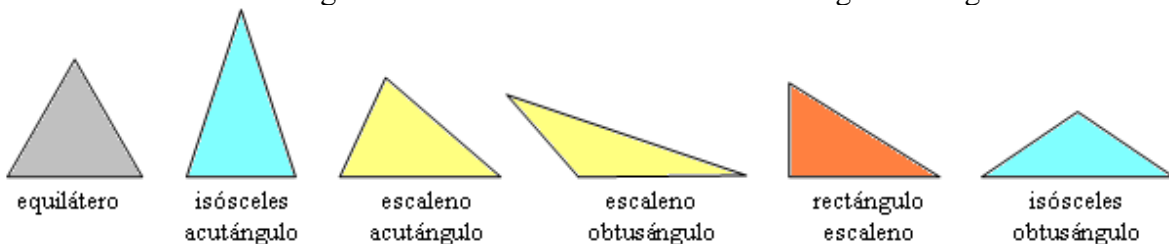


### Clasificación según sus ángulos

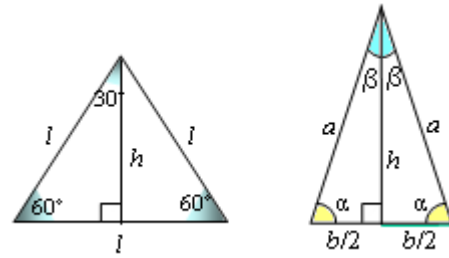
- Acutángulo → Tiene los tres ángulos agudos (menores de  $90^\circ$ ).
- Rectángulo → Tiene un ángulo recto (de  $90^\circ$ ).
- Obtusángulo → Tiene un ángulo obtuso (mayor de  $90^\circ$ ).

### Clasificación según sus lados

- Equilátero → Tiene los tres lados iguales  $\Rightarrow$  Tiene los tres ángulos iguales.
- Isósceles → Tiene dos lados iguales  $\Rightarrow$  Tiene dos ángulos iguales.
- Escaleno → Tiene desiguales los tres lados  $\Rightarrow$  Tiene los tres ángulos desiguales.



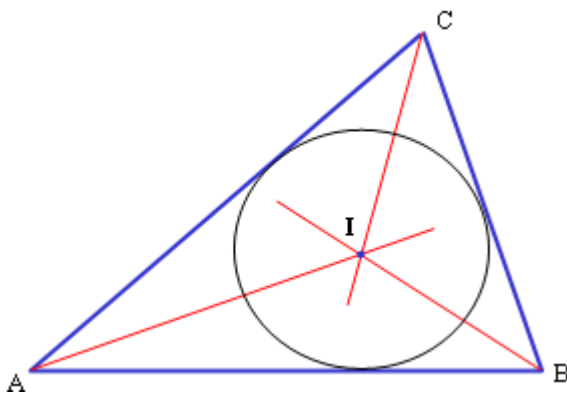
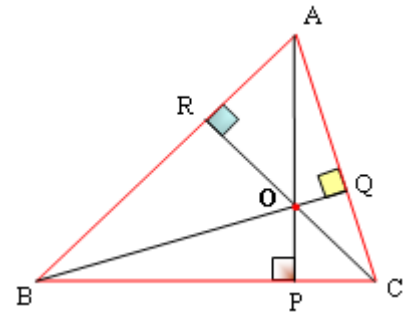
Cada ángulo de un triángulo equilátero mide  $60^\circ$ . En estos triángulos, la altura desde cualquier vértice cae en la mitad del lado opuesto.



En los triángulos isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos partes iguales. Esa altura coincide con la bisectriz correspondiente al vértice; por tanto, la recta que contiene a la altura divide el triángulo isósceles en dos triángulos rectángulos iguales.

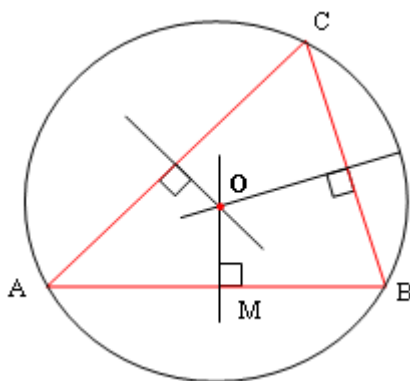
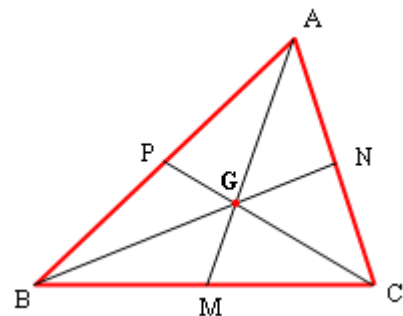
Rectas notables de un triángulo

- Alturas de un triángulo son las rectas perpendiculares trazadas desde cada vértice al lado opuesto. El punto O donde se cortan las tres alturas se llama ortocentro. (Puedes ver la [demostración](#)).



- Bisectrices de un triángulo son las bisectrices de cada uno de sus ángulos. El punto donde se cortan las bisectrices se llama incentro, y equidista de los lados del triángulo. El incentro es el centro de una circunferencia tangente a los tres lados y se llama circunferencia inscrita. Puede ver la [demostración](#).

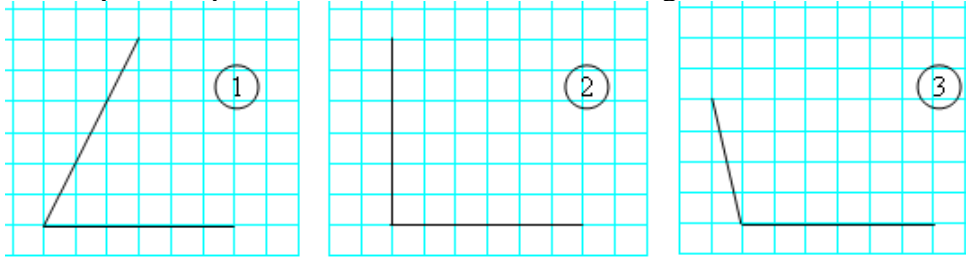
- Medianas de un triángulo son las rectas que pasan por cada uno de los vértices y el punto medio del lado opuesto. El punto G donde se cortan las tres medianas se llama baricentro. (Puedes ver la [demostración](#)).



- Mediatrices de un triángulo son las tres mediatrices de los lados. El punto donde se cortan las mediatrices se llama circuncentro, y equidista de los vértices del triángulo. El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo. (Puedes ver la [demostración](#)).

## Ejercicios

1. Traza el lado que falta para obtener, en cada caso, un triángulo.



Clasifica, según sus lados y según sus ángulos, los triángulos obtenidos.



2. Utilizando una regla, mide la longitud de los lados de cada triángulo y halla el perímetro de cada uno de ellos.



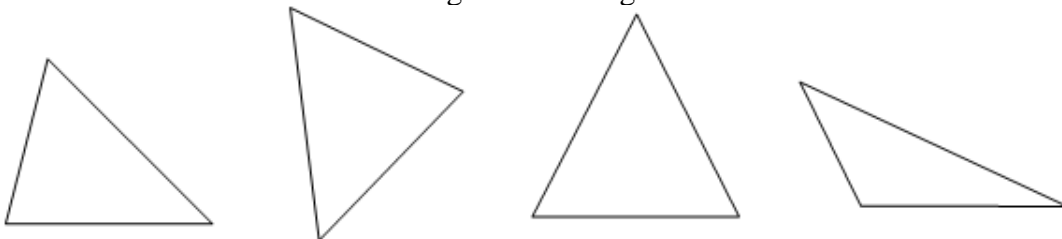
3. Utilizando un transportador, mide los ángulos de cada triángulo. Comprueba que la suma de los tres ángulos de cada triángulo vale  $180^\circ$ .



4. Utilizando una regla, mide la base y la altura de cada triángulo y halla el área de cada uno de ellos.

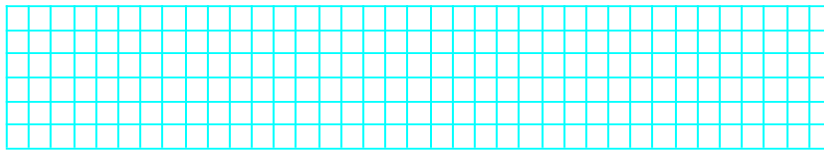


5. Traza una altura en cada uno de los siguientes triángulos.



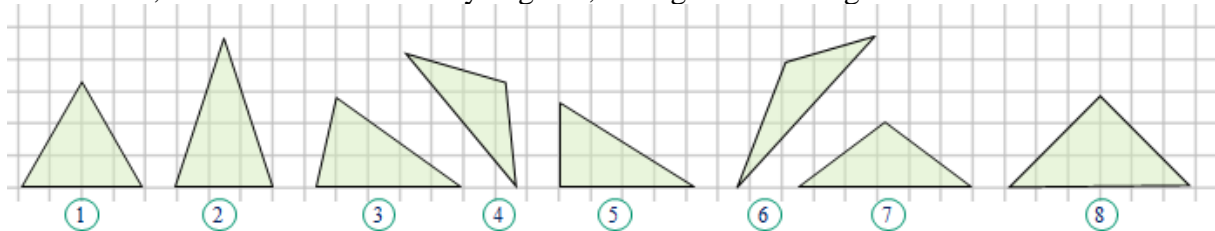
6. Utilizando una regla y un compás dibuja un triángulo cuyos lados midan 4, 6 y 7 cm. Para ese triángulo, traza las tres alturas y halla el ortocentro.

7. Dibuja los triángulos que se piden:



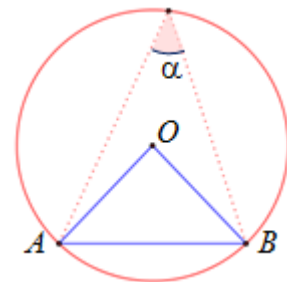
Rectángulo    Isósceles (obtusángulo)    Acutángulo

8. Clasifica, atendiendo a sus lados y ángulos, los siguientes triángulos:



- (1).
- (2).
- (3).
- (4).
- (5).
- (6).
- (7).
- (8).

9. El ángulo  $\alpha$  representado en la figura adjunta mide  $43,6^\circ$ , ¿cuánto miden los ángulos  $O$ ,  $A$  y  $B$ ?

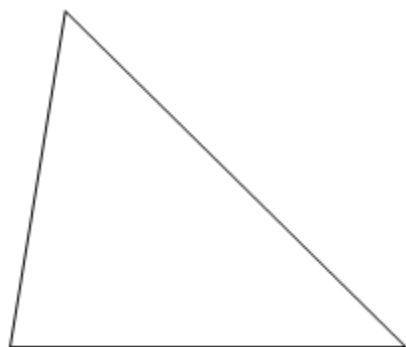
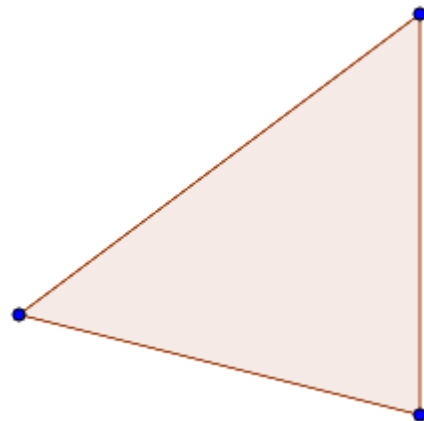


10. Para este triángulo, utilizando una regla graduada:

a) Calcula su perímetro, en cm.

b) Traza y mide su altura.

c) Halla su área, en  $\text{cm}^2$ .



11. Halla el punto de corte de dos de las mediatrices del triángulo adjunto. Traza también la circunferencia circunscrita.