

Tema 2. Operaciones con números naturales y decimales

Resumen

Los números naturales son los que hemos usado los humanos desde la prehistoria; sirven para contar cosas.

El conjunto de los números naturales es $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

→ Se ha incluido el 0, aunque este número es un *invento* mucho más tardío. Parece que los primeros en introducir el cero fueron los chinos y los indios; en Occidente llegó a través de los árabes y de Fibonacci. El 0 es el número que permite la notación posicional.

Operaciones con números naturales

En este nivel todos los mecanismos usados para operar con números naturales son de sobra conocidos. Aquí solo se recordarán algunas propiedades de las operaciones.

La suma y el producto cumplen las propiedades conmutativa y asociativa. Esto es:

Conmutativa: $7 + 4 = 4 + 7$; $7 \cdot 4 = 4 \cdot 7$.

En general: $a + b = b + a$; $a \cdot b = b \cdot a$

Asociativa: $(7 + 8) + 12 = 7 + (8 + 12)$; $(7 \cdot 4) \cdot 5 = 7 \cdot (4 \cdot 5)$.

El paréntesis indica que lo que abarca debe operarse en primer lugar. Por tanto:

$$7 + 8 + 12 = (7 + 8) + 12 = 15 + 12 = 27 \quad \text{y} \quad 7 + (8 + 12) = 7 + 20 = 27.$$

$$7 \cdot 4 \cdot 5 = (7 \cdot 4) \cdot 5 = 28 \cdot 5 = 140 \quad \text{y} \quad 7 \cdot (4 \cdot 5) = 7 \cdot 20 = 140.$$

En general: $a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$; $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Propiedad distributiva. Dice así: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ y $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

Ejemplos:

a) $3 \cdot (5 + 8) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 8 = 15 + 24 = 39$.

Si se suma antes el paréntesis: $3 \cdot (5 + 8) = 3 \cdot 13 = 39$.

b) $7 \cdot (12 - 3) = 7 \cdot 12 - 7 \cdot 3 = 84 - 21 = 63$.

Si se resta antes el paréntesis: $7 \cdot (12 - 3) = 7 \cdot 9 = 63$.

Operaciones combinadas. Prioridad de operaciones

Cuando hay varias operaciones seguidas el orden en que se realizan es:

- 1.º Se operan los paréntesis;
- 2.º Se hacen las multiplicaciones y divisiones;
- 3.º Se suman o restan los resultados.

Ejemplos:

a) $3 \cdot (5 + 8) - 6 \cdot 2 + 12 : 3 = 3 \cdot 13 - 12 + 4 = 39 - 12 + 4 = 31$.

b) $8 + 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 8 + 15 - 14 = 9$.

La resta de números naturales solo puede hacerse si el minuendo es mayor que el sustraendo. Más adelante se verá su generalización en los números enteros.

La división

La división 100 entre 4 es 25 → $100 : 4 = 25$. Se cumple que $100 = 4 \cdot 25$. Es exacta.

La división 100 entre 6 no es exacta. Da de cociente 16 y de resto 4 → $100 = 6 \cdot 16 + 4$.

En general se cumple: Dividendo = divisor \times cociente + resto → $D = d \cdot c + r$.

Comprueba que sabes hacer las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{r} 36 \overline{)12} \\ 0 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 945 \overline{)15} \\ 45 \quad 63 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{)6} \\ 40 \quad 16 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 457 \overline{)32} \\ 157 \quad 14 \\ 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1449 \overline{)56} \\ 0329 \quad 25 \\ 49 \end{array}$$

Recuerda que se empieza a dividir por la izquierda. Se toma el menor grupo de dos o tres cifras (situadas a la izquierda del dividendo) que sea mayor que el divisor. Observa que en la cuarta división ese número es 144.

Las dos primeras divisiones son exactas, su resto es 0. Las otras tres se llaman enteras.

→ Comprueba en todos los casos que se cumple la igualdad $D = d \cdot c + r$.

→ Si no sabes hacer bien las divisiones de arriba tapa el resultado y vuelve a hacerlas.

→ Si sabes operar correctamente puedes utilizar la calculadora.

Operaciones con números decimales

Suma y resta: para sumar o restar números decimales se colocan en columna haciendo coincidir los órdenes de las unidades correspondientes.

Ejemplos:

a) Para hallar la suma

$$23,075 + 370,8 + 7,49$$

se disponen los números como sigue:

$$\begin{array}{r} 23,075 \\ 370,800 \\ + 7,490 \\ \hline 400,565 \end{array}$$

b) Para hallar la resta

$$245,39 - 28,0387$$

se disponen los números así:

$$\begin{array}{r} 245,3900 \\ - 28,0387 \\ \hline 217,7513 \end{array}$$

Multipliación: se multiplican como si fuesen naturales; después, el número de cifras decimales del producto es la suma de las cifras decimales de los factores.

Ejemplos:

a) Para multiplicar 23,27 por 73

se disponen los números como sigue:

$$\begin{array}{r} 23,075 \\ \times 73 \\ \hline 69225 \\ 161525 \\ \hline 1684,475 \end{array}$$

Tres cifras decimales.

b) Para multiplicar 23,075 por 4,37

se disponen los números como sigue:

$$\begin{array}{r} 23,075 \\ \times 4,37 \\ \hline 161525 \\ 69225 \\ 92300 \\ \hline 100,83775 \end{array}$$

Cinco cifras decimales.

División: Se añaden ceros a la derecha al decimal que tenga menos cifras, hasta igualar las cifras decimales de ambos números. Para obtener los decimales del cociente se pone la coma y se siguen “bajando” ceros en el resto, hasta que se consiga el orden decimal deseado.

Ejemplos:

a) Para dividir $30,2 : 4$

se disponen los números así:

$$\begin{array}{r} 30,2 \quad \underline{4,0} \\ \text{Se quitan las comas.} \\ 302 \quad \underline{40} \\ 220 \quad 7,55 \\ 200 \\ 0 \end{array}$$

b) Para dividir $22 : 4,5$

se disponen los números así:

$$\begin{array}{r} 22,0 \quad \underline{4,5} \\ \text{Se quitan las comas.} \\ 220 \quad \underline{45} \\ 400 \quad 4,8 \\ 40 \end{array}$$

Si se desea se pueden sacar más decimales.

c) Para dividir $2307,35 : 7,2$

se disponen los números así:

$$\begin{array}{r} 2307,35 \quad \underline{7,20} \\ 147 \quad 320,46 \\ 03 \quad 35 \\ 470 \\ 38 \end{array}$$

→ Si no sabes hacer bien las divisiones de arriba tapa el resultado y vuelve a hacerlas.

Haz las cuentas:

Precios: Agua, 0,70 €; Refresco, 1,35 €; Bocadillos, 2,30 €.

Has comprado: 3 botellas de agua, 4 refrescos y 7 bocadillos.

a) ¿Cuánto dinero tienes que pagar? Si pagas con un billete de 20 y otro de 10 €, ¿cuánto te devolverán?

b) Si pagáis entre dos a partes iguales, ¿a cuánto tocáis?

(Sol. a) 23,60 €; 6,40 €. b) 11,80 €)

Operaciones combinadas. Prioridad de operaciones

Cuando hay varias operaciones seguidas el orden en que se realizan es:

- 1.º Se operan los paréntesis; 2.º Se hacen las multiplicaciones y divisiones;
- 3.º Se suman o restan los resultados.

Ejemplos:

a) $3,2 \cdot 5 + 1,5 \cdot 10 - 8,3 = 16 + 15 - 8,3 = 31 - 8,3 = 22,7.$

b) $3,2 \cdot 5 + 1,5 \cdot (10 - 8,3) = 16 + 1,5 \cdot 1,7 = 16 + 2,55 = 18,55.$

c) $8,5 - 1,5 \cdot 3 + 8,6 : 2 = 8,5 - 4,5 + 4,3 = 4 + 4,3 = 8,3.$

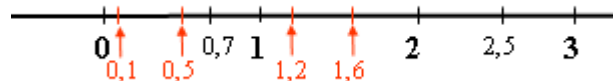
d) $(8,5 - 1,5) \cdot 3 + 8,6 : 2 = 7 \cdot 3 + 4,3 = 21 + 4,3 = 25,3.$

Para comparar dos números decimales se contrastan cifra a cifra comenzando por la izquierda.

Ejemplos:

a) $3,45 < 4,01.$ b) $0,23 < 0,24.$ c) $5,768 > 5,767.$ d) $0,2304 < 0,2312.$

- Los números decimales pueden representarse en la recta numérica. Todo número representado a la izquierda es menor que cualquiera representado a su derecha.



- Entre dos números decimales siempre hay otro decimal.

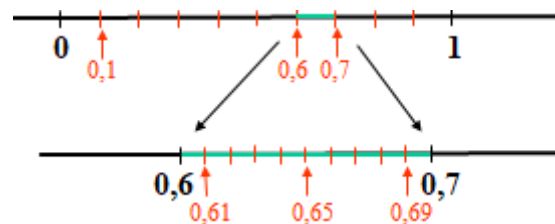
Ejemplo:

Entre 0,6 y 0,7 están 0,61, 0,62, ..., 0,650, ...

Entre 0,61 y 0,62 está 0,612...

Si los números anteriores, 0,6 y 0,7, se escriben como 0,600 y 0,700 resulta fácil intercalar otros decimales entre ellos:

$$0,600 < 0,610; 0,612; 0,620; 0,650 < 0,700.$$



Ejercicios

Utiliza la calculadora solo para comprobar tus resultados.

1. Calcula:

a) $7 + 9 - 4$

b) $12 + 9 - 5 - 10$

c) $23 - 18 - 5$

d) $41 - 33 + 12$

2. Calcula:

a) $1230 + 872 + 23049$

b) $2370980 - 734021$

3. Halla:

a) $7 + (9 - 4)$

b) $12 - (23 - 5 - 10)$

c) $23 - (18 + 5)$

d) $48 - (20 + 12) - 6$

4. Halla:

a) $7 \cdot 9 \cdot 4$

b) $12 \cdot (9 + 5 - 10)$

c) $203 \cdot 802$

d) $4167 \cdot 74$

5. Calcula:

a) $203 \cdot 1000$

b) $32 \cdot 100$

c) $123 \cdot 1000$

d) $1000 \cdot 100$

6. Calcula, teniendo en cuenta los paréntesis:

a) $7 \cdot 5 + 8 \cdot (12 - 7) - 3 \cdot (4 + 8)$

b) $18 : 6 + 3 \cdot (24 - 15) - 36 : 9$

c) $7 \cdot 5 + 8 \cdot 12 - 7 - (3 \cdot 4 + 8)$

d) $18 : (6 + 3) + 2 \cdot 24 - (15 + 30) : 9$

7. Divide y comprueba la relación $D = d \cdot c + r$.

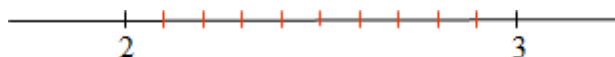
a) $123 : 7$

b) $23004 : 42$

c) $4588 : 37$

d) $1200023 : 25$

8. Representa en la recta numérica los números 2, 2,3, 2,47, 2,95 y 3.



9. Ordena de menor a mayor los siguientes números:

3,08; 3,023; 3,24; 3,189; 3,203; 3,501; 3,303

10. Intercala un número entre cada pareja:

a) $4,9 < \quad < 4,91.$

b) $7,23 < \quad < 7,24.$

c) $0,021 < \quad < 0,022.$

d) $2,333 < \quad < 2,334.$

11. Haz las restas:

a) $24 - 12,8$

b) $30445,24 - 8892,973$

12. Haz las sumas:

a) $23,1 + 12,34 + 678,00367$

b) $4980,45 + 789,37 + 1003,408$

13. Multiplica:

a) $23,7 \times 3,4$

b) $0,36 \times 9,2$

c) $39 \times 0,09$

d) $0,0028 \times 0,06$

14. Multiplica:

a) $0,45 \cdot 1000$

b) $30,47 \cdot 10$

c) $1692,33 \cdot 100$

15. Divide:

a) $9853,5 : 100$

b) $30,47 : 1000$

c) $1692,33 : 10$

16. Divide (con dos cifras decimales):

a) $24 : 3,2$

b) $2,05 : 0,1$

c) $0,28 : 0,05$

d) $12,6 : 3,02$

17. Calcula, teniendo en cuenta los paréntesis:

a) $7,5 \cdot 2 - 3 \cdot (4,2 - 3,1)$

b) $1,8 : 3 + 4,5 \cdot (12,3 - 2,3)$

c) $(7,5 - 2) \cdot 3 - 4,2 \cdot 0,5$

d) $1,8 \cdot (3 + 4,5) - 2,85$

18. El litro de aceite cuesta 5,95 €. ¿Cuánto costarán 3 litros? ¿Cuánto costarán 0,75 litros?

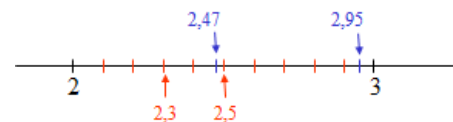
19. Por 2,5 kilos de naranjas se han pagado 4 €. ¿A cuánto está el kilo de naranjas?

Soluciones:

1. a) 12, b) 6, c) 0, d) 20. 2. a) 25151, b) 1636959. 3. a) 12, b) 4, c) 0, d) 10. 4. a) 252, b) 48, c) 162806, d) 308358. 5. 203000, b) 3200, c) 123000, d) 100000. 6. a) 39, b) 26, c) 104, d) 45.

7. a) $c = 17, r = 4$. b) $c = 547, r = 30$. c) $c = 124, r = 26$. d) $c = 48000, r = 23$.

8. 9. $3,023 < 3,08 < 3,189 < 3,203 < 3,24 < 3,303 < 3,501$.



10. a) 4,905. b) 7,231. c) 0,02109. d) 2,3331.

11. a) 11,2. b) 21552,267. 12. a) 713,44367. b) 6773,228.

13. a) 80,58. b) 3,312. c) 3,51. d) 0,000168.

14. a) 450. b) 304,7. c) 169233.

15. a) 98,535. b) 0,03047. c) 169,233. 16. a) 7,5. b) 20,5. c) 5,6. d) 4,17. 17. a) 11,7, b) 45,6, c) 14,4, d) 10,65.

18. 17,85 €. 4,4625 €, se aproxima a 4,46 €. 19. 1,6 €/kg.