MCCSS. Problemas de análisis propuestos en los modelos de Selectividad. UNED 2013/2014

Modelo 1

2. (3 puntos). La prima de riesgo sigue la siguiente función durante la sesión del día que va entre las 10:00 y las 17:00 horas ($0 \leq t \leq 7$), $\mathrm{P(t)} = 4\mathrm{t}^3 - 48\mathrm{t}^2 + 180\mathrm{t}$.

   a) ¿Cuál ha sido el valor de la prima de riesgo al cerrar el día?
   b) Hallar los intervalos en que la prima ha crecido y aquellos en que la prima ha decrecido
   c) Hallar los extremos relativos, y los valores de la prima en los extremos.

2. (2 puntos). Dada la función $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 4$, hallar la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto de inflexión.

3. (2 puntos). Una entidad bancaria que ha entrado en crisis, predice los beneficios futuros mediante la función $B(t) = \frac{5t}{t+3} - 2$, en miles de millones de euros, dónde t son los años.
   a) ¿Cuál es el beneficio en los años 1 y 3? ¿En qué año deja de tener pérdidas el banco?.
   b) ¿Hacia qué valor tiende el beneficio?

Modelo 2

2. (2 puntos). Un objeto toma altura en función del tiempo de acuerdo a la función $H(t) = 20t - 5t^2$, con $0 \leq t \leq 4$.
   a) Represente gráficamente la función H y determine la altura máxima que alcanza el objeto.
   b) ¿Qué altura tiene en $t = 1$? ¿Volverá a tener la altura alcanzada para $t = 1$ en algún otro instante?

3. (2 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones dando la expresión simplificada.

   a) $f(x) = (x+1)^2 \cdot \frac{\ln(x)}{x}$ b) $f(x) = (x+1)^2 \cdot \frac{e^x}{x}$

2. (3 puntos). Se considera la función $f(x) = \frac{3x}{x-4}$
   a) Razone cuál es el dominio de definición de *f(x)*.
   b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f(x)*.
   c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x)* y los puntos de inflexión.

Modelo 3

2. (3 puntos). Una imprenta quiere minimizar el gasto en papel de los libros rectangulares que edita. Sabiendo que los márgenes laterales son de 1 cm. cada uno y los superior e inferior de 1,5cm cada uno y que el texto impreso ha de ocupar 96 cm^2, hallar las dimensiones del libro.

2. (2 puntos). La velocidad de un proyectil es $V(t) = -t^2 + 5t$, (t en segundos)
   a) ¿Cuándo aumenta la velocidad y cuándo disminuye?
   b) ¿En qué momento la velocidad es máxima, y cual es ésta?

3. (2 puntos) Calcule las siguientes integrales

   a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cos(2x)dx$ b) $\int_0^3 \sqrt[3]{3-x}dx$

Modelo 4

2. (2 puntos). Un objeto toma altura en función del tiempo de acuerdo a la función $H(t) = 20t - 5t^2$, con $0 \leq t \leq 4$.
   a) Represente gráficamente la función H y determine la altura máxima que alcanza el objeto.
   b) ¿Qué altura alcanza en el segundo 1? ¿Volverá a tener la altura alcanzada para $t = 1$ en algún otro instante?

3. (2 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones dando la expresión simplificada.
   a) $f(x) = (x+1)^2 \cdot \frac{\ln(x)}{x}$ b) $f(x) = (x+1)^2 \cdot \frac{e^x}{x}$

2. (3 puntos). Se considera la función $f(x) = \frac{3x}{x-4}$
   a) Razone cuál es el dominio de definición de *f(x)*.
   b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f(x)*.
   c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x)* y los puntos de inflexión.

Modelo 5

2. (3 puntos). La última epidemia de gripe ha afectado a un número de personas que viene dado por la función $E(t) = -t^2 + 24t + 180$, en función del número de días transcurridos desde que fue detectada. Calcular:
   a) En qué momento desaparece la enfermedad, es decir, no hay afectados por la misma.
   b) El número máximo de personas afectadas y el momento en que se da esta circunstancia.
   c) Durante que período el número de enfermos crece, y en que período decrece.

2. (2 puntos) Dada la función $f(x) = ax^2 - bx$, con a y b parámetros reales.
   a) Determinar si para $a = -3$, existe algún valor de b para el que $f(x)$ tenga un máximo en $x = -1$.
   b) Escribir la función hallada y hallar los valores que igualan a 0 la función.

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2) + \sqrt{x^2+1}$ en $x = 1$?

Modelo 6

2. (2 puntos). Un objeto toma altura en función del tiempo de acuerdo a la función $H(t) = 20t - 5t^2$, con $0 \leq t \leq 4$.
   a) Represente gráficamente la función H y determine la altura máxima que alcanza el objeto.
   b) ¿Qué altura alcanza en el segundo 1? ¿Volverá a tener la altura alcanzada para $t = 1$ en algún otro instante?

3. (2 puntos) Calcular las siguientes integrales:
   a. $\int x^3(x^2-3)^2 dx$ b) $\int_0^2 \frac{3x^2}{2\sqrt{1+x^3}} dx$

2. (3 puntos). Se considera la función $f(x) = \frac{3x}{x-4}$
   a) Razone cuál es el dominio de definición de *f(x)*.
   b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f(x)*.
   c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x)* y los puntos de inflexión.

Modelo 7

2. (3 puntos). Se considera la función $f\ (x) = ax^2 - bx$, con a y b parámetros reales.
   a) Determinar si para $a = -3$, existe algún valor de b para el que $f(x)$ tenga un máximo en $x = -1$.
   b) Escribir la función hallada y hallar los valores que igualan a 0 la función.
   c) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función hallada.

2. (2 puntos) Dada la función $f(x) = ax^2 - bx$, con a y b parámetros reales.
   a) Determinar si para $a = -7$, existe algún valor de b para el que $f(x)$ tenga un máximo en $x = -\frac{1}{2}$.
   b) Escribir la función hallada y hallar los valores que igualan a 0 la función

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = e^x + \sqrt{1 - x^2}$ en $x = 0$?

Modelo 8

3. (3 puntos) Sea la función $f\ (x) = -\frac{(x^2+4)}{2x}$. Determine:
   a) Dominio de definición.
   b) Asíntotas, si existen.
   c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, así como sus máximos y mínimos.

2. (3 puntos). Se considera la función $f\ (x) = \frac{3x}{x-4}$
   a) Razone cuál es el dominio de definición de *f(x)*.
   b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f(x)*.
   c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x)* y los puntos de inflexión.

Modelo 9

2. (2 puntos). Una embotelladora quiere minimizar el gasto en papel de las etiquetas que llevan las botellas, sabiendo que el margen de impresión es de 1 cm alrededor del texto y el texto tiene que ocupar un mínimo de 9 cm^2. Hallar las dimensiones de la etiqueta.

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2) + \sqrt{x^2 + 1}$ en $x = 1$?

2. (3 puntos) Se considera la función $f\ (x) = ax^2 - bx$, con a y b parámetros reales:
   a) Determinar si para a = −3, existe algún valor de b para el que f(x) tenga un máximo en x = −1.
   b) Escribir la función hallada y hallar los valores que igualan a 0 la función
   c) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función hallada.

Modelo 10

3. (3 puntos) Sea la función $f\ (x) = -\frac{(x^2+4)}{2x}$. Determine:
   a) Dominio de definición.
   b) Asíntotas, si existen.
   c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, así como sus máximos y mínimos.

2. (2 puntos). Un objeto lanzado toma altura en función del tiempo de acuerdo a $H(t) = 20t - 5t^2$, con $0 \leq t \leq 4$.
   a) Represente gráficamente la función H y determine la altura máxima que alcanza el objeto.
   b) ¿Qué altura alcanza en el segundo 1? ¿Volverá a tener la altura alcanzada para $t = 1$ en algún otro instante?

3. (2 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones dando la expresión simplificada.
   a) $f(x) = (x+1)^2 \cdot \frac{\ln(x)}{x}$ b) $f(x) = (x+1)^2 \cdot \frac{e^x}{x}$

Modelo 11

2. (3 puntos). Se considera la función $f\ (x) = -\frac{3x}{x-4}$.
   a) Razone cuál es el dominio de definición de *f(x)*.
   b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f(x)*.
   c) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x)*.

2. (2 puntos) Dada la función $f(x) = ax^2 - bx$, con a y b parámetros reales
   a) Determinar si para $a = -3$, existe algún valor de b para el que $f(x)$ tenga un mínimo en $x = -1$.
   b) Escribir la función hallada y hallar los valores que igualan a 0 la función.

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2) + \sqrt{x^2+1}$ en $x = 1$?

Modelo 12

3. (3 puntos). Dada la función $f(x) = ax^2 - bx$, con a y b parámetros reales
   a) Determinar si para $a = -5$, existe algún valor de b para el que $f(x)$ tenga un máximo en $x = 1$.
   b) Escribir la función hallada y hallar los valores que igualan a 0 la función.
   c) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función hallada.

2. (3 puntos). Un distribuidor informático suministra servidores a 3250€ y su función de costes viene dada por $C(x) = 125x^2 + 750x + 9375$. Por cuestiones técnicas no puede instalar más de 12 servidores al mes.
   a) Hallar el número de servidores que hace máximo el beneficio y el beneficio en ese punto.
   b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de beneficios.
   c) En qué momento los ingresos igualan a los gastos.

Modelo 13

2. (2 puntos). Las nevadas de principios de marzo han hecho que el nivel de nieve (altura en cm.) siguiera la siguiente función $N(t) = -2t^2 + 48t + 360$, dónde t son los días transcurridos desde que comenzó a nevar.
   a) ¿En qué momento la altura de nieve es mayor y que altura alcanza?
   b) ¿A partir de qué momento la altura empieza a decrecer? ¿En qué momento la nieve desaparece?

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2) + \frac{x^2-3}{x-2}$ en $x = 1$?

2. (3 puntos). El zoo de la ciudad abre entre las 10 y las 19 horas, y la afluencia de gente al mismo sigue la función $G(t) = 15t^3 - 180t^2 + 675t$, con $0 \leq t \leq 9$.
   a) Durante las primeras 6 horas, ¿a qué hora hay más público en el zoo, y cuánto es ese público?
   b) ¿Cuánto público hay a la hora de cerrar?
   c) ¿Durante que períodos el número de personas que hay en el zoo crece, y en qué períodos decrece?

Modelo 14

2. (3 puntos). De una función *f* se conoce que la gráfica de su derivada es la parábola con vértice (1, 1) que pasa por los puntos (0, 0) y (2, 0). Sin realizar cálculos, halle razonadamente:
   a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*.
   b) Los intervalos de concavidad y convexidad de *f*.
   c) Extremos relativos y los puntos de inflexión de *f*.

3. (3 puntos). Hallar la función cuya segunda derivada es igual a la constante -3, y cuya gráfica presenta un máximo en el punto (-2,0)

Modelo 15

2. (2 puntos). Las nevadas de principios de marzo han hecho que el nivel de nieve (altura en cms) siguiera la función $N(t) = -2t^2 + 48t + 360$, dónde t son los días transcurridos desde que comenzó a nevar.
   a) ¿En qué momento la altura de nieve es mayor y que altura alcanza?
   b) ¿A partir de qué momento la altura empieza a decrecer? ¿En qué momento la nieve desaparece?.

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2) + \frac{x^2-3}{x-2}$ en $x = 1$?

2. (3 puntos). El zoo de la ciudad abre entre las 10 y las 19 horas, y la afluencia de gente al mismo sigue la función $G(t) = 15t^3 - 180t^2 + 675t$, con $0 \leq t \leq 9$.
   a) Durante las primeras 6 horas, ¿a qué hora hay más público en el zoo, y cuánto es ese público?
   b) ¿Cuánto público hay a la hora de cerrar?
   c) ¿Durante qué períodos el número de personas que hay en el zoo crece, y en qué períodos decrece?

Modelo 16

2. (3 puntos). Hallar la función cuya segunda derivada es igual a la constante -3, y cuya gráfica presenta un máximo en el punto (-2,0)

3. (3 puntos). De una función *f* se conoce que la gráfica de su derivada es la parábola con vértice (1, 1) que pasa por los puntos (0, 0) y (2, 0). Sin realizar cálculos, halle razonadamente:
   a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*.
   b) Los intervalos de concavidad y convexidad de *f*.
   c) Extremos relativos y puntos de inflexión de *f*.

Modelo 17

2. (3 puntos). Una tienda informática tiene la siguiente función de beneficio $B(t) = \frac{10t}{t+6} - 4$, en miles de euros y dónde t son meses.
   a) ¿Cuál es el beneficio en los meses 2 y 6? ¿A partir de qué mes deja de tener pérdidas la tienda?
   b) Determine si las ganancias aumentan o disminuyen con el paso del tiempo. Razonar la respuesta.
   c) ¿Hacia qué valor tiende el beneficio a lo largo del tiempo? Razonar la respuesta.

2. (2 puntos) Hallar la función cuya segunda derivada es igual a la constante 3, y cuya gráfica presenta un mínimo en el punto (2,0).

3. (2 puntos) ¿Cuál es el valor de la derivada de la función $f(x) = e^x + \sqrt[3]{x^3 - 1}$ en $x = 0$?

Modelo 18

3. (3 puntos). De una función *f* se conoce que la gráfica de su derivada es la parábola con vértice (1, 1) que pasa por los puntos (0, 0) y (2, 0). Sin realizar cálculos, halle razonadamente
   a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*.
   b) Los intervalos de concavidad y convexidad de *f*.
   c) Las abscisas de los extremos relativos (indicando si se trata de máximos o mínimos) y los puntos de inflexión de *f*.

2. (3 puntos). Hallar la función cuya segunda derivada es igual a la constante -3, y cuya gráfica presenta un máximo en el punto (-2,0).

Modelo 19

2. (3 puntos). Un granjero tiene 20 metros de vallas para cercar un corral, hallar la superficie mayor de tipo cuadrangular que puede ser vallada.

2. (2 puntos) Calcule el valor de la derivada de $f(x) = \ln(x) + \sqrt{x^3 + 1}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

3. (2 puntos) Las nevadas de principios de marzo han hecho que el nivel de nieve (altura en cms) siguiera la siguiente función $N(t) = -2t^2 + 48t + 360$, dónde t son los días transcurridos desde que comenzó a nevar.
   a) ¿En qué momento la altura de nieve es mayor y que altura alcanza?
   b) ¿A partir de qué momento la altura empieza a decrecer? ¿En qué momento la nieve desaparece?

Modelo 20

2. (2 puntos). Sabiendo que la gráfica de la derivada de la función *f* es la parábola con vértice (1, -1) que pasa por los puntos (0, 0) y (2, 0), estudiar razonadamente el crecimiento, la concavidad, los máximos, los mínimos y los puntos de inflexión de *f*.

3. (2 puntos). Calcular las siguientes integrales:
   a) $\int x^2(x^4 - 3)^2 dx$ b) $\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$

2. (2 puntos). Un concesionario de coches, ingresa 13000 € por cada vehículo vendido y los gastos vienen dados por la función de costes $C(x) = 500x^2 + 3000x + 37500$ en función del número de coches vendido. El cupo máximo de coches que puede vender el concesionario es de 14.
   a) Calcular el número de coches que hace que los ingresos cubran los gastos
   b) Calcular el número de coches que hace máximo el beneficio y cuál es ese beneficio.

3. (2 puntos) Se considera la función $f(x) = \frac{3x}{x-4}$
   a) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f(x)*.
   b) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x)* y los puntos de inflexión.