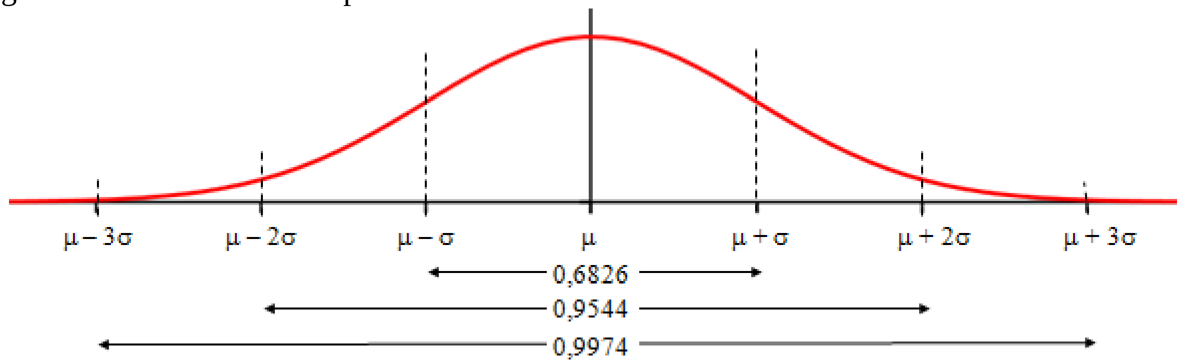
DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL (Tabla normal estándar)

Es una distribución de probabilidad continua asociada (teóricamente) a multitud de fenómenos naturales y cotidianos (cociente intelectual, talla o peso de las personas; tamaño de los frutos de cualquier tipo de árbol…), que se caracterizan porque la mayoría de los resultados tienden a agruparse en torno a su media.
Una variable con distribución normal queda totalmente definida por su media μ y por su desviación típica σ. Se denota como $N(\mu, \sigma)$.

La expresión analítica de la función de densidad de la distribución normal es $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$.

Su gráfica es la conocida "campana de Gauss".



Esta función cumple las siguientes propiedades:

- Está definida para todo número real, es decir, en el intervalo $(-\infty, +\infty)$: la variable puede tomar cualquier valor; siendo $f(x) > 0$ para todo x.
- El área por debajo de la curva vale 1. Esto es: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1$.
- Es simétrica respecto a su media μ.
- El eje de abscisas es una asíntota de la curva.
- Aunque la variable puede tomar cualquier valor entre $-\infty$ y $+\infty$, la probabilidad de que tome valores alejados de la media es prácticamente nula, pues se cumple que: el área delimitada por la curva y el eje OX entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ es 0,6826; entre $\mu \pm 2\sigma$ es de 0,9544 y entre $\mu \pm 3\sigma$ es de 0,9974. De hecho, a los valores que están a una distancia superior a $3{,}5\sigma$ de la media se les asigna una probabilidad 0.

→La variación la media y de la desviación típica originan cambios en la curva, desplazándose a izquierda o derecha o haciéndose más esbelta o más baja.

El comportamiento estadístico normal hace que puedan asignarse valores de probabilidad a cualquier suceso de la variable estudiada. Esto es, se puede saber (pues está tabulado) la probabilidad de que la variable tome valores comprendidos entre los extremos de un intervalo dado.
Lo que está tabulado es la función de distribución en el caso de la curva normal de media $\mu = 0$ y desviación típica $\sigma = 1$, la normal $N(0, 1)$. Esta función de distribución, $F(x)$, da la superficie del recinto limitado por la curva y el eje OX, desde $-\infty$ hasta un valor determinado Z, esto es $P(X < Z) = F(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$. Esta área da la probabilidad de que la variable X, tome valores menores que Z.

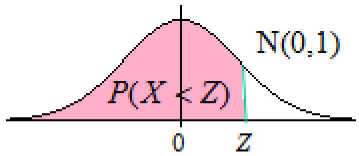
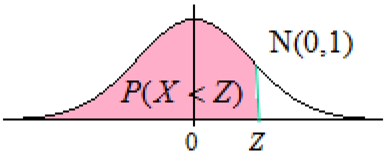


Tabla normal estándar: N(0, 1)

La tabla normal N(0, 1) puede encontrarse fácilmente en internet. Basta con teclear “tabla normal estándar”. Aquí se muestra una parte de ella. Habitualmente los valores de la tabla indican la probabilidad de que la variable *X*, N(0, 1), tome valores entre –∞ y +*Z*, $P(X<Z)$; los demás valores se obtienen teniendo en cuenta la simetría de la curva y que el área por debajo de la curva vale 1. Así, a partir del valor $P(X<Z)$, pueden obtenerse los valores de $P(X>Z)$, $P(X<-Z)$, $P(X>-Z)$, $P(0<X<Z)$ y $P(-Z<X<Z)$.

En esta tabla la cifra de las unidades y de las décimas se muestran en la columna de la izquierda, la de las centésimas en la fila superior.

Los valores de *Z* están dados en desviaciones típicas: *Z* = 1, indica un valor superior en una desviación típica a la media; *Z* = 1,26 indica 1,26 desviaciones típicas más que la media. *Z* = 0 indica que la variable se sitúa justamente en la media.



Z	0,00	0.01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319

Ejemplo:

La probabilidad de que *X* < 1,26, $P(X<1,26)=0,8962$.

A partir de ese valor se deducen:

$P(X>1,26)=1-0,8962=0,1038$; $P(X<-1,26)=0,1038$; $P(X>-1,26)=0,8962$;

$P(0<X<1,26)=0,8962-0,5=0,3962$; $P(-1,26<X<1,26)=2\cdot 0,3962=0,7924$.

En las figuras siguientes se indican las áreas correspondientes a cada valor.

$P(X<1,26)$ $P(X>1,26)$ $P(X<-1,26)$ $P(X>-1,26)$ $P(0<X<1,26)$ $P(-1,26<X<1,26)$

Pequeños retos

1. Determina los siguientes valores de probabilidad:

a) $P(X<1)$ b) $P(X>1)$ c) $P(X<-1)$ d) $P(X>-1)$ e) $P(0<X<1)$ f) $P(-1<X<1)$.

2. Halla los siguientes valores de probabilidad:

a) $P(X<0,5)$ b) $P(X<1,05)$ c) $P(-1,05<X<1,05)$ d) $P(X>0,89)$

Soluciones:

1. a) 0,8413. b) 0,1587. c) 0,1587. d) 0,8413. e) 0,3413. f) 0,6826.

2. a) 0,6915. b) 0,8531. c) 0,7062. d) 0,1867