

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS: MEDIA, VARIANZA...

Los parámetros estadísticos son valores que resumen el comportamiento general de la población. Cuando los datos que se estudian son de carácter cuantitativo los que tienen mayor significación son la media y la desviación típica, que es la raíz cuadrada de la varianza.

La media aritmética indica el promedio de los datos estudiados. Se calcula sumando el valor de todos los datos y dividiendo por el número de ellos. Esto es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}; \text{ o con notación sumatoria: } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

- Para datos agrupados: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$, donde f_i es el número de veces que se repite el valor x_i .

Media ponderada: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot p_i}{\sum p_i}$, siendo p_i el peso del dato x_i .

Varianza y desviación típica

Dan una idea del *alejamiento* de los datos respecto de la media.

- La varianza: Es la media del cuadrado de las desviaciones de cada dato respecto de la media.

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}; \quad s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}; \quad s^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2$$

- La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza. En consecuencia:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \quad s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}; \quad s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}}$$

Ejemplos:

a) Para datos simples:

Si un alumno obtuvo las siguientes calificaciones en Matemáticas: 4, 7, 5, 8, 3, 9 y 6.

$$\text{Su nota media, fue: } \bar{x} = \frac{4+7+5+8+3+9+6}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

$$\text{Su desviación típica vale: } s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{16+49+25+64+9+81+36}{7} - 36} = 2.$$

b) Para datos agrupados:

Las calificaciones de Matemáticas de los 35 alumnos de una clase vienen dadas en la tabla:

Calificación (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Sumas
Nº de alumnos (f_i)	2	1	3	5	10	7	4	2	1	35
Producto ($x_i \cdot f_i$)	2	2	9	20	50	42	28	16	9	178
Valores x_i^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	
Producto ($x_i^2 \cdot f_i$)	2	4	27	80	250	252	196	128	81	1020

La nota media del grupo vale:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 10 \cdot 5 + 7 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 1 \cdot 9}{35} = \frac{178}{35} = 5,08571$$

$$\text{Varianza: } s^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2 \rightarrow s^2 = \frac{1020}{35} - (5,08571)^2 = 3,2784 \Rightarrow$$

$$\text{Desviación típica es: } s = \sqrt{3,2784} = 1,8106.$$

Nota: Estos cálculos se obtienen directamente con cualquier calculadora científica o con ayuda de programas informáticos adecuados, por ejemplo con Excel.

Uso de la calculadora

Las pautas de uso para una de las calculadoras más frecuentes son:

(1) Hay que poner la calculadora en el “modo estadística”

–Pulsar **SHIFT** **MODE** **1** **MODE** **MODE** **1** (en la pantalla aparecerá SD).

–Borrar los datos de memoria: Pulsar **SHIFT** **AC**

(2) Introducir los datos, sumando con la tecla **M+**

Por ejemplo, para datos simples: x_1 **M+** x_2 **M+** ... x_n **M+**

–Para datos agrupados:

x_1 **SHIFT** **'** f_1 **M+** x_2 **SHIFT** **'** f_2 **M+** ... x_n **SHIFT** **'** f_n **M+**

(3) Pulsando las teclas

SHIFT **2** **1** $\rightarrow \bar{x}$ (media)

SHIFT **2** **2** $\rightarrow \sigma_n$ (desv. típica)

Con otras teclas se obtienen otros resultados estadísticos de interés.

(Si estas indicaciones no te satisfacen puedes mirar en internet tecleando el nombre de tu calculadora).

Observación sobre el significado conjunto de la media y de la desviación típica

Con la media y la desviación típica de un conjunto de datos se tienen bastante bien determinadas las características de ese conjunto.

La media expresa el valor para el que todos los datos serían iguales.

La desviación típica es una medida de la desigualdad de los datos estudiados: a mayor desigualdad corresponde mayor desviación típica.

Para las distribuciones normales, que es el comportamiento de muchos caracteres estadísticos, se verifica, aproximadamente, que:

El 68 % de los valores poblacionales pertenece al intervalo $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$.

El 95 % de los valores poblacionales pertenece al intervalo $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$.

El 99 % de los valores poblacionales pertenece al intervalo $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$.

Pequeños retos

1. Halla la media y la desviación típica de datos simples: 13, 14, 15, 16, 17

2. Halla la media y la desviación típica de los siguientes datos:

Valor (x_i)	2	5	8	11	14
Frecuencia	4	7	7	3	1

Soluciones:

1. $\bar{x} = 15$; Varianza = 2; Desviación típica = $\sqrt{2} \approx 1,41$.

2. $\bar{x} = 6,63636$; $s = 3,22695$.