

PROBABILIDAD: ESPACIO MUESTRAL, SUCESOS

La probabilidad es una medida de la posibilidad de que acontezca un suceso aleatorio determinado, asignándosele un número, comprendido entre 0 y 1.

Experimentos aleatorios

Un experimento es aleatorio cuando al realizarlo no se puede predecir lo que va a ocurrir.

Los experimentos deterministas son aquellos en los que se puede predecir lo que va a ocurrir.

Ejemplos:

a) Es aleatorio cualquier juego de azar: el lanzamiento de una moneda, de un dado o la extracción de una carta en una baraja; la lotería...

b) Es determinista averiguar el tiempo que tarda un dado dejado caer desde una altura de 10 metros en llegar al suelo; o con qué velocidad impactará.



• En general, los experimentos aleatorios cumplen dos características:

- 1) El resultado de cada prueba del experimento puede ser diferente.
- 2) Si se repite el experimento un gran número de veces, las frecuencias relativas de cada uno de los resultados posibles tienden a estabilizar su valor hacia un número fijo, que se llama probabilidad. (Esto se conoce con el nombre de *ley del azar* o *de los grandes números*).

Espacio muestral

Es el conjunto de todos los resultados que pueden obtenerse al realizar un experimento aleatorio. Suele denotarse por la letra E.

- Un suceso es todo subconjunto de E. Si un suceso está determinado por un solo resultado se llama elemental; si está determinado por varios, se llama compuesto. Los sucesos suelen denotarse por letras mayúsculas A, B, C...
- Se dice que ha ocurrido un suceso cuando al realizar el experimento se obtiene alguno de los sucesos elementales que lo forman.

Ejemplos:

Al lanzar un dado con las caras numeradas, el espacio muestral es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Cada cara del dado es un suceso elemental; los sucesos: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$ y $\{6\}$.

Otros sucesos serían:

$A = \text{"Sacar un número par"} = \{2, 4, 6\}$; $B = \text{"Obtener un número primo"} = \{2, 3, 5\}$.

Otros sucesos con nombre propio

Suceso Imposible. Se llama así al que nunca puede ocurrir. Su probabilidad es 0.

Por ejemplo, al lanzar una moneda se considera imposible que moneda quede de canto.

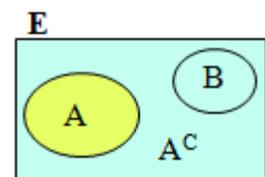
Suceso Seguro. Se llama así al suceso que siempre va a ocurrir. Su probabilidad es 1.

Por ejemplo, al lanzar una moneda se considera seguro que saldrá cara o cruz.

Suceso Contrario o Complementario de A. Es el formado por los elementos del espacio muestral que no están en A (que no son de A). Se simboliza por A^C , A' o \bar{A} . (Aquí se utilizará A^C ; el contrario de B se designa por B^C).

Observación: Diagramas de Venn

Los diagramas de Venn representan cada conjunto (cada suceso) mediante línea cerrada, habitualmente ovalada, dentro de un rectángulo, que significa el conjunto universal, aquí denotado por E.



Ejemplos:

a) Si de una baraja española se extrae una carta, los sucesos pueden ser “oros”, “copas”, “espadas” o “bastos”. Si $B = \text{“sacar bastos”}$, su complementario, $B^C = \text{“no sacar bastos”} = \text{“sacar oros, copas o espadas”}$.

b) Al lanzar un dado numerado del 1 al 6 es imposible que salga un 2,5; pero es seguro que saldrá alguno de los números $\{1, 2, 3, 4, 5 \text{ o } 6\}$, que es el espacio muestral.

c) Si en el caso del dado se considera el suceso $A = \{1, 2\}$, su contrario es $A^C = \{3, 4, 5, 6\}$.

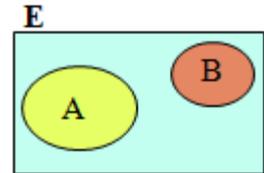
Sucesos incompatibles. Son los que no tienen ningún elemento en común.

Ejemplo:

a) En una baraja son sucesos incompatibles que una carta sea de copas y de oros a la vez.

(No son incompatibles que una carta sea de copas y que sea un rey).

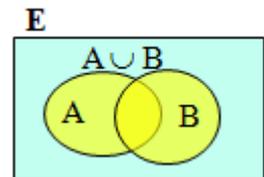
b) Los sucesos contrarios son incompatibles.



Operaciones con sucesos

Unión de dos sucesos A y B. Es el suceso que está formado por los elementos del espacio muestral que están en A o que están en B: en alguno de los dos.

Se simboliza por $A \cup B$.



Ejemplo:

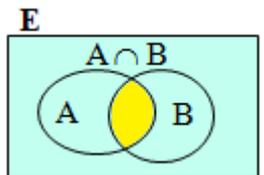
Si se lanza un dado, si $A = \{2, 4, 6\}$ y $B = \{2, 3, 5\}$, su unión $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

Con palabras: $A = \text{“sacar par”}$, $B = \text{“sacar número primo”} \rightarrow A \cup B = \text{“sacar par o primo”}$.

Intersección de dos sucesos A y B. Es el suceso que está formado por los elementos de A que están en B, es decir por los que son comunes a ambos.

Se simboliza por $A \cap B$.

Si dos sucesos A y B son incompatibles, entonces $A \cap B = \emptyset$.



Ejemplos:

a) Para los sucesos A y B del ejemplo anterior, $A \cap B = \{2\} \rightarrow \text{“Sacar un número par y primo”}$.

b) Si en el experimento de extraer una carta de una baraja española se consideran los sucesos $B = \text{“sacar bastos”}$ y $F = \text{“sacar una figura”}$, la intersección de ambos sucesos son las figuras de bastos:

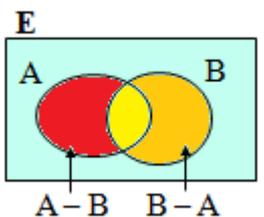
$$B \cap F = \{\text{rey, caballo y sota de bastos}\}$$

Diferencia de sucesos

La diferencia de dos sucesos A y B, que se denota por $A - B$, es el suceso que se presenta cuando lo hace A pero no B. (Se cumple A pero no B).

Análogamente se define $B - A$.

\rightarrow Es evidente que $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$



Ejemplo:

Para el experimento de la baraja, con $B = \text{“sacar bastos”}$ y $F = \text{“sacar una figura”}$, se tiene:

$$B - F = \text{“cartas de bastos que no son figuras”}; \quad F - B = \text{“figuras que no sean de bastos”}$$