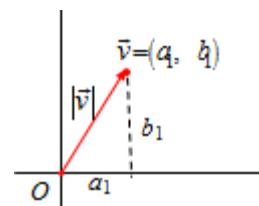


## VECTORES EN EL PLANO: ALGUNAS APLICACIONES DEL ÁLGEBRA VECTORIAL

### Módulo de un vector

Es su longitud. Se puede calcular aplicando el teorema de Pitágoras.

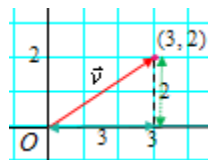
El módulo de un vector  $\vec{v} = (a_1, b_1)$ , se define como:  $|\vec{v}| = +\sqrt{a_1^2 + b_1^2}$ .



### Ejemplo:

a) Si  $\vec{v} = (3, 2)$ ,  $|\vec{v}| = +\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ .

b) Si  $\vec{v} = (2, -1)$ ,  $|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{14}$ .



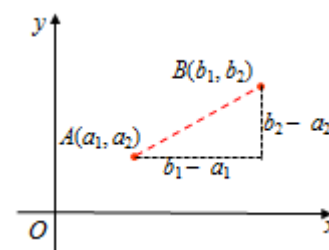
### Distancia entre dos puntos

La distancia entre dos puntos  $A$  y  $B$ ,  $d(A, B)$ , es igual al módulo del vector  $\overrightarrow{AB}$ .

Si las coordenadas de esos puntos fuesen  $A(a_1, a_2)$  y  $B(b_1, b_2)$ ,

entonces, como  $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2) \Rightarrow$

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$



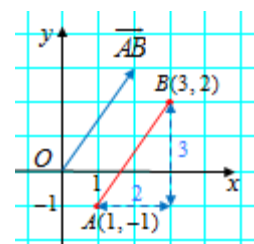
### Ejemplo:

Si  $A = (1, -1)$  y  $B = (3, 2)$ , la distancia,  $d(A, B)$  es:

$$d(A, B) = \sqrt{(3-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

Observa que coincide con el módulo del vector  $\overrightarrow{AB}$  y del vector  $\overrightarrow{BA}$ :

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 2) - (1, -1) = (2, 3).$$



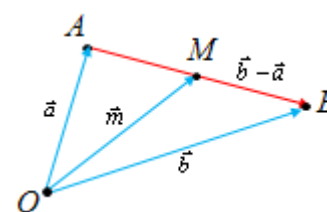
### Punto medio de un segmento

Las coordenadas del punto medio de un segmento de extremos  $A = (a_1, a_2)$  y  $B = (b_1, b_2)$  son:

$$M = \left( \frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2} \right)$$

Puede observarse que el vector  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . Sus coordenadas

serán:  $\overrightarrow{OM} = (a_1, a_2) + \frac{1}{2}(b_1 - a_1, b_2 - a_2) \Rightarrow M = \left( \frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2} \right)$ .



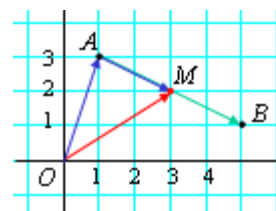
### Ejemplos:

a) El punto medio del segmento de extremos  $A(1, 3)$  y  $B(5, 1)$  es

$$M = \left( \frac{1+5}{2}, \frac{3+1}{2} \right) = (3, 2).$$

b) El punto medio del segmento de extremos  $A(-1, 3)$  y  $B(4, -5)$  es

$$M = \left( \frac{-1+4}{2}, \frac{3-5}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}, -1 \right)$$



### Pequeños retos $\rightarrow \rightarrow$

1. Representa los siguientes vectores y halla el módulo de cada uno de ellos:

a)  $\vec{a} = (-1, -3)$       b)  $\vec{b} = (-2, 2)$       c)  $\vec{c} = (4, 0)$       d)  $\vec{d} = (0, -3)$

2. Dados los puntos  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(3, -3)$  determina los vectores  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  y  $\overrightarrow{CB}$  y las distancias entre cada dos puntos. ¿De qué tipo es el triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ ?

3. Dados los mismos puntos  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(3, -3)$ , halla los puntos medios de cada uno de los triángulo  $ABC$ .

### Soluciones:

1. Módulos: a)  $\sqrt{10}$ . b)  $\sqrt{8}$ . c) 4. d) 3.

2.  $\overrightarrow{AB} = (4, -2)$ ;  $d(A, B) = \sqrt{20}$ .  $\overrightarrow{AC} = (2, -6)$ ;  $d(A, C) = \sqrt{40}$ .

$\overrightarrow{CB} = (2, 4)$ ;  $d(C, B) = \sqrt{20}$ . (Figura).

El triángulo es isósceles.

3.  $M_{AB} = (3, 2)$ ;  $M_{AC} = (2, 0)$ ;  $M_{CB} = (4, -1)$ .

