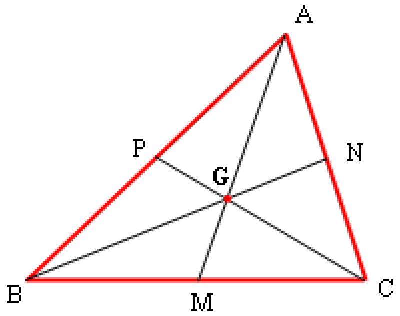
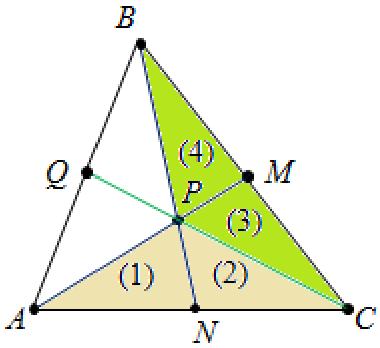
MEDIANAS: BARICENTRO

Medianas de un triángulo son las rectas que pasan por cada uno de los vértices y el punto medio del lado opuesto.
El punto G donde se cortan las tres medianas se llama **baricentro**.



Demostración de que las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto

Se trazan las medianas *AM* y *BN*, que se cortan en *P*.
Como *M* es el punto medio del lado *AC* $\Rightarrow$ la superficie del triángulo *AMC* es la mitad que la del triángulo inicial *ABC*. Lo mismo sucede con la superficie del triángulo *BNC*.



Esto es: $S_{AMC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = S_{BNC}$.
Además, los triángulos (1) y (2) tienen la misma superficie: $S_{(1)} = S_{(2)}$. Su base es la mitad del lado *AC* y su altura la misma, la distancia de *P* a la base. Véase la figura adjunta.
Igualmente, los triángulos (3) y (4) también tienen la misma superficie.
Por otra parte, la suma de las superficies (1) + (2) + (3) = $S_{AMC} = S_{BNC}$ = (2) + (3) + (4) $\Rightarrow$ los triángulos (1) y (4) tienen la misma superficie.
Por tanto, la superficie de cada uno de los triángulos pequeños es la misma, y su valor será la sexta parte de la del triángulo *ABC*: $S_{(1)} = S_{APN} = \frac{1}{6} S_{ABC}$.

En consecuencia, $S_{APC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.
Por último, como ambos triángulos *APC* y *ABC* tienen la misma base, la altura del mayor debe ser el triple que la del menor; luego, por Tales, $|BP| = 2 \cdot |PN|$. (Esto es, *P* divide a la mediana *AM* a distancia doble de *A* que de *M*):

Falta por ver que el punto *P* es también de la otra mediana, *CQ*. Así es, pues el razonamiento anterior podría hacerse partiendo de las medianas *AM* y *CQ*. (O también, considerando que la superficie del triángulo *ABP* es la misma que la de *APC*).

Otra demostración y más.