

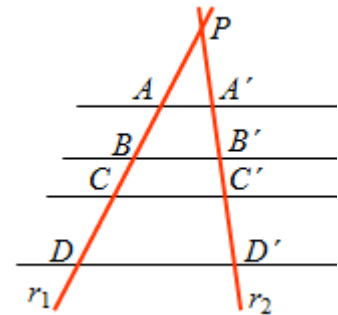
TEOREMA DE TALES

El teorema de Tales relaciona las longitudes de los segmentos obtenidos al cortar dos rectas cualesquiera mediante un conjunto de rectas paralelas.

Se puede formular como sigue:

Si se tiene un conjunto de rectas paralelas y son cortadas por otras dos rectas, entonces, las medidas (longitudes) de los segmentos determinados en una de las rectas (r_1) son proporcionales a las medidas de los segmentos determinados en la otra (r_2).

Por tanto: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$



- También puede verse que los triángulos PAA' , PBB' , PCC' ... son semejantes: tienen dos lados superpuestos y el tercero, paralelo. Luego, también se cumple:

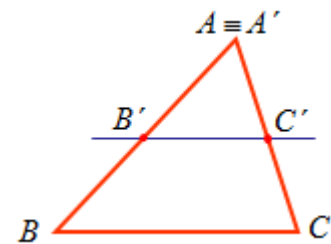
$$\frac{PA}{PB} = \frac{PA'}{PB'} = \frac{AA'}{BB'} \Leftrightarrow \frac{PA}{AA'} = \frac{PB}{BB'} = \frac{PC}{CC'}$$

(Recuerda: Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus lados proporcionales).

- Otro resultado: Toda paralela a un lado de un triángulo, ABC , determina otro triángulo pequeño, $A'B'C'$, semejante al grande (los vértices A y A' coinciden).

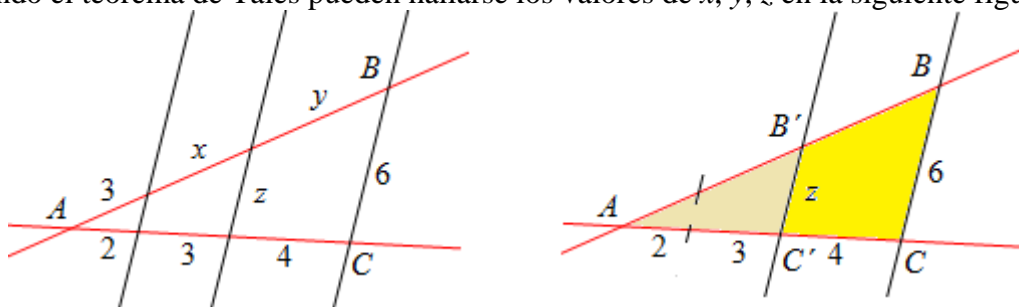
En este caso, se dice que los triángulos semejantes, ABC y $A'B'C'$ están en posición de Tales.

(En la figura de arriba, los triángulos PAA' , PBB' , PCC' ... están en posición de Tales).



Ejemplos:

a) Aplicando el teorema de Tales pueden hallarse los valores de x , y , z en la siguiente figura.

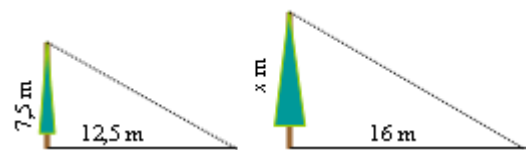


Como se cumplen las siguientes relaciones: $\frac{3}{2} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow 9 = 2x; 12 = 2y \Rightarrow x = \frac{9}{2}; y = 6$

Igualmente, como ABC y $AB'C'$ son semejantes: $\frac{2+3}{z} = \frac{2+3+4}{6} \Rightarrow 9z = 30 \Rightarrow z = \frac{30}{9}$

b) Un árbol que mide 7,5 m proyecta una sombra de 12,5 m. ¿Cuánto medirá otro árbol si la sombra que proyecta es de 16 m?

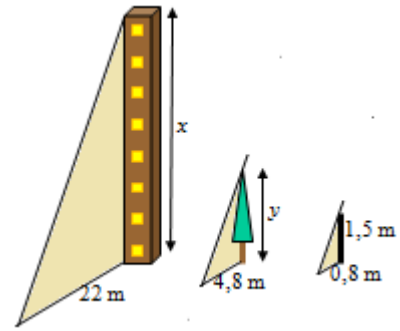
Como los triángulos que determinan son semejantes, por el teorema de Tales:



$$\frac{7,5}{12,5} = \frac{x}{16} \Rightarrow 7,5 \cdot 16 = 12,5x \Rightarrow 120 = 12,5x \Rightarrow x = \frac{120}{12,5} = 9,6 \text{ m}$$

Pequeños retos

1. Calcula la altura de un edificio y de un árbol, que proyectan sombras de longitudes 22 m y 4,8 m, respectivamente, sabiendo que una regla de 1,5 metros proyecta (en el mismo sitio y a la misma hora) una sombra de 0,8 m.



2. Los lados del triángulo dado en la siguiente figura miden 7, 6 y 4 cm. Si el lado AC se divide en cuatro partes iguales, trazando paralelas a la base por los puntos de división se obtienen otros tres triángulos más pequeños.



- a) ¿Cuáles serán las longitudes de los lados de cada uno de los triángulos obtenidos?
- b) Si la altura desde A mide 3,42 cm, ¿cuánto medirán las alturas de cada uno de los tres triángulos más pequeños?
- c) ¿Cuánto valen las superficies de cada uno de los cuatro triángulos semejantes?

Soluciones:

1. $x = 41,25$ m; $y = 9$ m.

2. a) 1,75, 1,5 y 1 cm; 3,5, 3 y 2 cm; 5,25, 4,5 y 3 cm. b) 0,855; 1,71; 2,565. c) $0,748125$ cm²; $2,9925$ cm²; $6,7331$ cm²; $11,97$ cm².