

ECUACIONES DE UNA RECTA EN EL PLANO: GENERAL Y EXPLÍCITA

Las dos formas más frecuentes de dar la ecuación de una recta son:

→ En forma explícita: $y = mx + n$, donde m y n son números.

→ En forma implícita: $ax + by + c = 0$, donde a , b y c son números.

Ecuación implícita

La ecuación implícita (general o cartesiana) es $ax + by + c = 0$, donde a , b y c son números; x e y son variables, que indican las coordenadas de los puntos de esa recta, siendo x la abscisa e y la ordenada.

Son de interés las siguientes observaciones:

- Si $a = 0$, queda $by + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{c}{b}$; esto es, $y = k$, constante. Se trata de una recta horizontal, paralela al eje OX .
- Si $b = 0$, queda $ax + c = 0 \Rightarrow x = -\frac{c}{a}$; esto $x = k$, constante. Se trata de una recta vertical, paralela al eje OY .
- Un punto pertenece a una recta cuando cumple su ecuación.
- Para representar una recta basta con conocer dos de sus puntos.

Ejemplos:

a) Son ecuaciones de una recta las expresiones:

$$2x - y - 4 = 0 \rightarrow (1); \quad -3x + 2y + 6 = 0 \rightarrow (2); \quad x = -1 \rightarrow (3); \quad y = 2 \rightarrow (4).$$

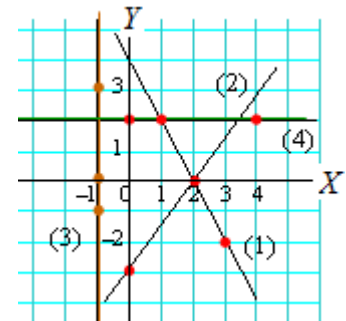
El punto $(3, -2)$ pertenece a la recta (1), pues $2 \cdot 3 + (-2) - 4 = 0$. Ese punto, $(3, -2)$, no es de ninguna otra recta.

Los puntos $(0, -3)$ y $(2, 0)$ son de la recta (2).

El punto $(1, 2)$ pertenece a las rectas (1) y (4).

Los puntos $(-1, 0)$, $(-1, 3)$, $(-1, -1)$... siempre $x = -1$, son de la recta (3). (Al ser vertical, lo único que varía es la ordenada, la y).

Los puntos $(0, 2)$, $(1, 2)$, $(4, 2)$... siempre $y = 2$, son de la recta (4). (Al ser horizontal, lo único que varía es la abscisa, la x).



b) La recta $x = 0$ es la recta vertical que determina el eje de ordenadas.

Puntos de ella son $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(0, -3)$... Todos situados en el eje OY .

La recta $y = 0$ es la recta horizontal que determina el eje de abscisas.

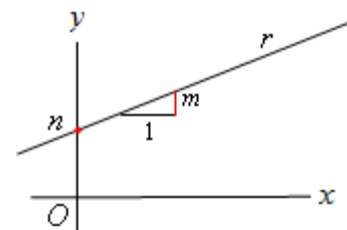
Puntos de ella son $(0, 0)$, $(-1, 0)$, $(2, 0)$... Todos situados en el eje OX .

Ecuación explícita

Despejando la variable y en la expresión $ax + by + c = 0$ se obtiene $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$, que es la ecuación

explícita de la recta. Suele escribirse en la forma: $y = mx + n$

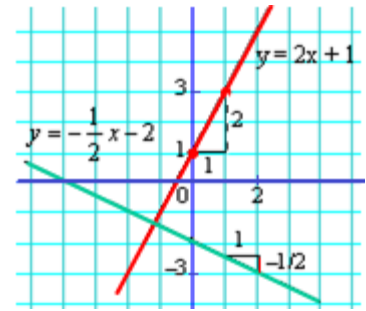
- El coeficiente de la x , m , indica la pendiente de la recta; su valor expresa el incremento de y (lo que sube o baja la recta) por cada desplazamiento unitario de x . Si $m > 0$, la recta es creciente; si $m < 0$, la recta es decreciente. Si $m = 0$ se trata de una recta horizontal; $y = n = k$.
- El número n es la ordenada del punto de corte de la recta con el eje OY , suele llamarse ordenada en el origen. (Si $n = 0$, la recta pasa por O).



Ejemplos:

a) La recta $2x - y + 1 = 0$ se puede expresar en forma explícita como $y = 2x + 1$. Su pendiente vale 2, y corta al eje OY a la altura $y = 1$.

b) La recta $x + 2y + 4 = 0$ es equivalente a $y = -\frac{1}{2}x - 2$. Su pendiente vale $-\frac{1}{2}$ y su ordenada en el origen, -2 .


Aclaraciones:

1) Una recta viene dada por una ecuación de primer grado en las variables x e y . Las ecuaciones no lineales (de segundo o tercer grado...) determinan curvas en el plano; no son rectas.

2) Para representar una recta basta con dar dos puntos. Si la recta está en forma explícita es más fácil hallarlos. Así, por ejemplo, dos puntos de la recta $y = 2x + 1$ son: $(0, 1)$ y $(1, 3)$.

Pequeños retos

1. Dadas las rectas:

(1) $3x - y + 2 = 0$ (2) $x + 3y - 1 = 0$ (3) $y = -1$ (4) $x = 4$

a) Da dos puntos de cada una de ellas. Representálas gráficamente.

b) Exprésalas en forma explícita. Indica la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de ellas.

2. Dadas las rectas:

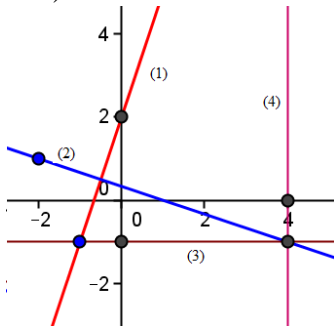
(1) $y = 2x - 3$ (2) $y = -x + 2$ (3) $y = 0,4x$ (4) $y = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$

a) Da dos puntos de cada una de ellas. Representálas gráficamente. Indica la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de ellas.

b) Exprésalas en forma implícita.

Soluciones:

1. a)



b) $y = 3x + 2$; $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

2.

b) $2x - y - 3 = 0$; $x + y - 2 = 0$; $0,4x - y = 0$; $x + 3y + 4 = 0$

