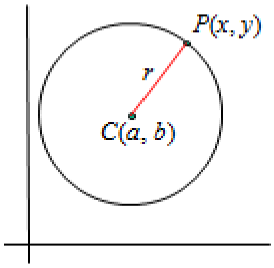
CÓNICAS: LA CIRCUNFERENCIA



La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto interior llamado centro. La distancia de cualquier punto al centro es el radio: $d(P, C) = r$.

La ecuación de la circunferencia con centro en $C(a, b)$ y radio r, es

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=r \Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Desarrollando los cuadrados y agrupando, puede escribirse:

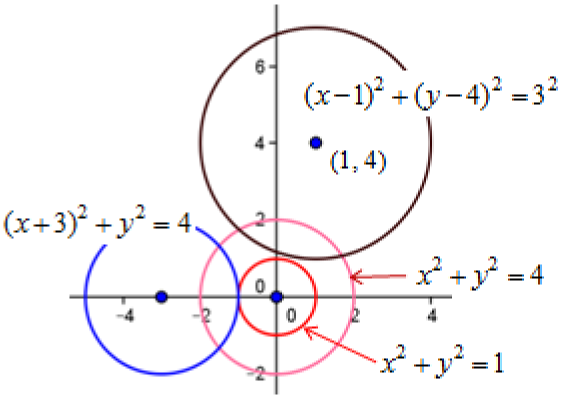
$$x^2+y^2+dx+ey+f=0$$

Ejemplos:

a) La circunferencia con centro en $C = (1, 4)$ y radio 3 es $(x-1)^2+(y-4)^2=3^2$

La ecuación anterior es la misma que

$$x^2+y^2-2x-8y+8=0$$



b) La circunferencia con centro en $C = (–3, 0)$ y radio 2 es $(x+3)^2+y^2=4$.

c) Las circunferencias con centro en $O = (0, 0)$ y radio r son $x^2+y^2=r^2$. En la figura adjunta se representan las de radio 1 y 2.

- La expresión $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ es la ecuación general de una circunferencia. Su centro y radio pueden deducirse completando cuadrados.

Ejemplo:

La ecuación $x^2+y^2-6x+8y=0 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=5^2 \to$ Centro C (3, –4); $r = 5$.

Para completar cuadrados hay que observar que:

$$x^2-6x=x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2=(x-3)^2-9; \qquad y^2+8y=y^2+2\cdot y\cdot 4+4^2-4^2=(y+4)^2-16$$

Por tanto: $x^2+y^2-6x+8y=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-9+(y+4)^2-16=0 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=25$.

Pequeños retos

1. Halla la ecuación de las circunferencias que se indican:

a) Centro $C = (2, –1)$ y radio 1. b) $C = (0, 3)$; $r = 3$. c) $C = (–4, 4)$, $r = 4$.

2. Halla el centro y el radio de la circunferencia de ecuación:

a) $x^2+y^2+2x-6y+6=0$. b) $x^2+y^2-4x=0$ c) $(x+4)^2+(y-1)^2=8$

Soluciones:

1. a) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$. b) $x^2+(y-3)^2=9$. c) $(x+4)^2+(y-4)^2=16$.

2. a) $C(-1, 3)$; $r = 2$; b) $C(2, 0)$; $r = 2$; c) $C(-4, 1)$; $r=\sqrt{8}$.