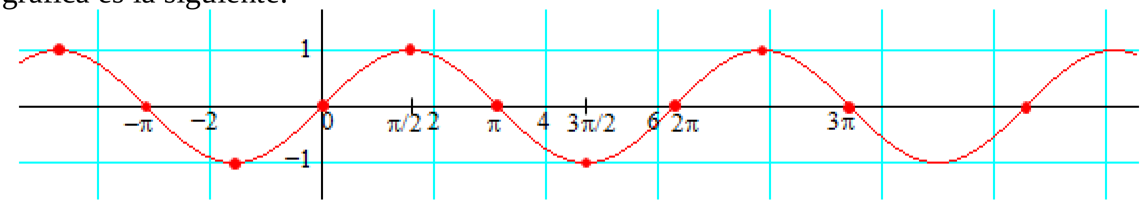
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS: SENO, COSENO Y TANGENTE

La función seno
Su expresión más sencilla es $f(x) = \text{sen } x$, siendo x un número real.
En las calculadoras aparece con la tecla $\boxed{\text{sin}}$: $y = \sin x$.

Características fundamentales:
- Su dominio de definición es **R**. Por tanto, x es un número real; no es un ángulo propiamente dicho: si se quiere, es un ángulo en radianes, no en grados.
- Los valores que toma el seno varían entre –1 y 1: su recorrido es el intervalo [–1, 1].
- Es una función periódica de periodo $p = 2\pi$. Esto es: $\text{sen } x = \text{sen}(x + 2\pi)$, para todo x.
- Es una función simétrica respecto del origen. Esto es, $f(-x) = \text{sen }(-x) = -\text{sen } x = -f(x)$.
- Su gráfica es la siguiente:

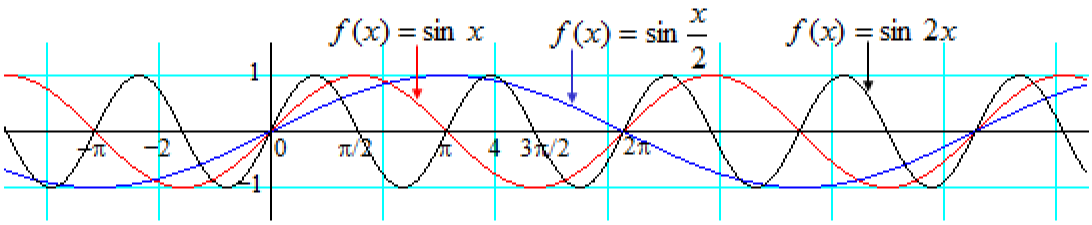


Observación: Las calculadoras trabajan esta función en el “modo” radianes: MODE RAD.

Otras funciones relacionadas con la función seno: La función $f(x) = \sin(kx)$ contrae o dilata la función $\sin x$. Si $k > 1$, se contrae; si $k < 1$, se dilata. (Recuerda que $\sin(kx) = \sin kx \neq k \sin x$).

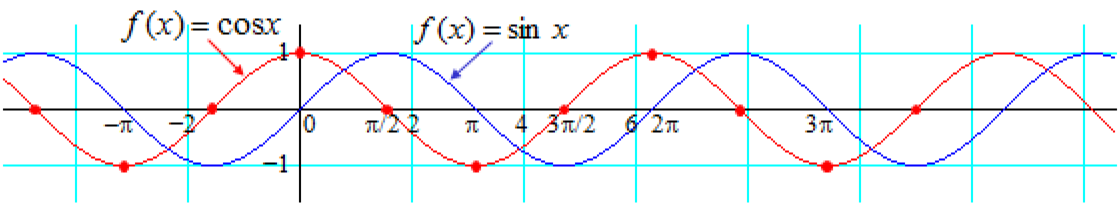
Ejemplo:
Para $k = 2$ y $k = 1/2$, se tendrían las funciones $f(x) = \sin 2x$ y $f(x) = \sin\dfrac{x}{2} = \sin\left(\dfrac{1}{2}x\right)$.

Sus gráficas son las siguientes.



El periodo de $f(x) = \text{sen } 2x$ es $p = \pi$; el de $f(x) = \text{sen}\dfrac{1}{2}x$ es $p = 4\pi$.

La función coseno
Su expresión más sencilla es $f(x) = \cos x$. Puede definirse a partir de la función seno como sigue:
$f(x) = \cos x = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$. Por tanto, su gráfica será idéntica a la del seno pero con un desfase de π/2 (se traslada π/2 a la izquierda).

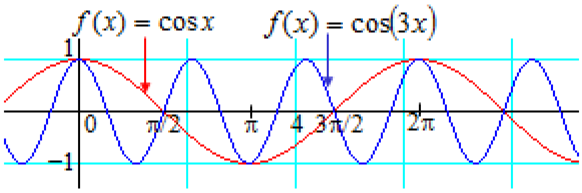


Características fundamentales:

- Su dominio de definición es **R**. Por tanto, como en la función seno, x es un número real
- Los valores que toma el coseno varían entre −1 y 1: su recorrido es el intervalo [−1, 1].
- Es periódica de periodo $p = 2\pi$. Esto es: $\cos x = \cos(x + 2\pi)$, para cualquier valor de x.
- Es una función simétrica respecto del eje OY. Esto es, $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$.

Otras funciones relacionadas con la función coseno: La función $f(x) = \cos(kx)$ contrae o dilata la función cos x. Si $k > 1$, se contrae; si $k < 1$, se dilata.

Ejemplo:
Para $k = 3$, la función $f(x) = \cos 3x$ es la que se representa en la figura adjunta. Va tres veces más rápida que $f(x) = \cos x$. Su periodo es $p = \dfrac{2\pi}{3}$.



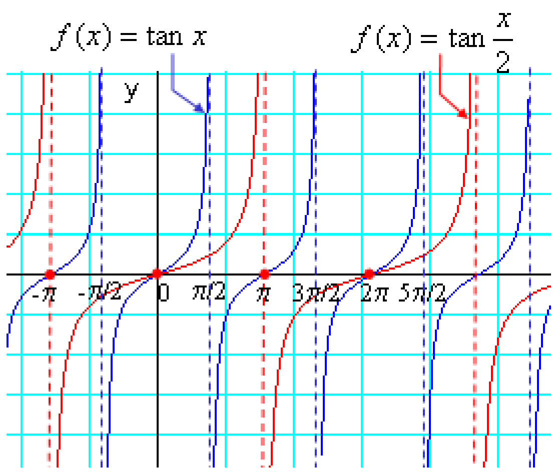
La función tangente

La función $f(x) = \text{tag } x$ se define como: $f(x) = \text{tag } x = \dfrac{\text{sen } x}{\cos x}$.

En las calculadoras aparece con la tecla $\boxed{\text{tan}}$: $y = \tan x$.

Características fundamentales:

- Su dominio de definición es $\mathbf{R} - \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi \right\}$, $k \in \mathbf{Z}$, pues para $x = \pm \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ se anula el denominador: $\cos\left(\pm \dfrac{\pi}{2} + k\pi \right) = 0$.
- Toma valores que varían entre $-\infty$ y $+\infty$: su recorrido es todo **R**.
- Es periódica de periodo $p = \pi$. Esto es: tag $x = \text{tag}(x + \pi)$, para cualquier valor de su dominio.
- Tiene por asíntotas verticales las rectas $x = \pm \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.



Otras funciones relacionadas con la función tangente:
La función $f(x) = \text{tag } kx$ contrae o dilata la función cos x. Si $k > 1$, se contrae; si $k < 1$, se dilata.

Ejemplo:

Para $k = 1/2$, la función $f(x) = \text{tag } \dfrac{x}{2}$ es la que se representa en la figura anterior. Va la mitad de rápida que $f(x) = \text{tag } x$: su periodo es $p = 2\pi$.

Pequeños retos

1. Utilizando la calculadora halla el valor de las funciones seno y coseno para $x = \pi/6$, $\pi/4$, 1, $\pi/3$, $\pi/2$, 2, $4\pi/3$, $5\pi/6$. Marca los valores hallados en las gráficas anteriores y comprueba que tus resultados son correctos.

2. Utiliza el ordenador para representar gráficamente algunas de las funciones dadas en este documento. Comprueba que coinciden con las de aquí.

Soluciones:

1. Redondeando con cuatro cifras decimales:

→ sin (π/6) = 0,5; sin (π/4) = 0,7071; sin 1 = 0,8415; sin (π/3) = 0,8660; sin (π/2) = 1; sin (2) = 0,9093; sin (4π/3) = 0,8660; sin (5π/6) = 0,5.

→ cos (π/6) = 0,8660; cos (π/4) = 0,7071; cos 1 = 0,5403; cos (π/3) = 0,5; cos (π/2) = 0; cos (2) = –0,4161; cos (4π/3) = –0,5; cos (5π/6) = –0,8660.

2. Por ejemplo: