

FUNCIONES LINEALES

Las **funciones polinómicas** son de la forma $f(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, con n un número natural.

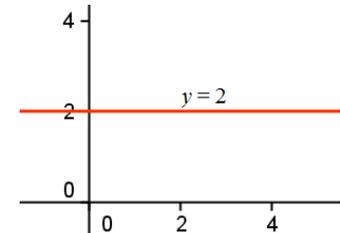
El dominio de definición de estas funciones es todo **R**: están definidas siempre.

El grado de una función polinómica es el del polinomio correspondiente.

Función constante

Es la función polinómica de grado cero: $f(x) = a_0$ o $y = k$.

Su gráfica es una recta horizontal.



Función lineal (afín)

Es la función polinómica de grado uno: $f(x) = a_1 x + a_0$ o $y = mx + n$.

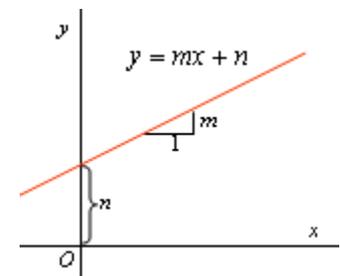
Su gráfica es una recta de pendiente m y ordenada en el origen n : corta al eje OY en el punto $(0, n)$. Para trazar dicha recta basta con determinar dos de sus puntos.

- El coeficiente m se llama pendiente, y mide lo que varía y por cada aumento unitario de x .

Si $m > 0$, la pendiente de la recta es positiva (recta creciente). Por cada aumento de x en una unidad, la variable y crece m unidades.

Si $m < 0$, la pendiente de la recta es negativa (recta decreciente). Por cada aumento de x en una unidad, la y decrece m unidades.

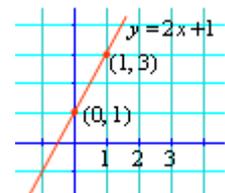
- Al número n se le llama ordenada en el origen: indica el valor de y cuando x vale 0.



Ejemplos:

a) La función $y = 2x + 1$ es una recta de pendiente $m = 2$ y ordenada en el origen $n = 1$. Para representarla basta con conocer dos de sus puntos:

→ para $x = 0$, $y = 1$, punto $(0, 1)$; → para $x = 1$, $y = 3$, punto $(1, 3)$.



b) Estas funciones se presentan en bastantes relaciones de carácter comercial. Así, muchas de las facturas domésticas (agua, luz, teléfono..) son de la forma “Importe de la factura = Coste fijo + Consumo mensual”. El coste fijo está relacionado con la infraestructura (aparatos, tuberías...); el consumo depende del precio unitario del producto por la cantidad consumida de dicho producto.

Función de proporcionalidad directa

Es un caso particular de la anterior. Su expresión es $f(x) = mx$ o $y = mx$.

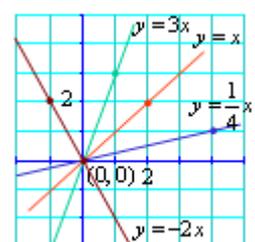
Su gráfica es la de una recta que pasa por el origen. El coeficiente m indica la razón de proporcionalidad.

- Como puede observarse, $y = mx \Leftrightarrow \frac{y}{x} = m$, que indica que las variables x e y son directamente proporcionales, con constante de proporcionalidad k .

La regla de tres simple directa se ajusta a esta relación.

Ejemplo:

Las funciones $y = 3x$, $y = x$, $y = \frac{1}{4}x$ e $y = -2x$ son rectas que pasan por el origen de coordenadas, punto $O(0, 0)$.

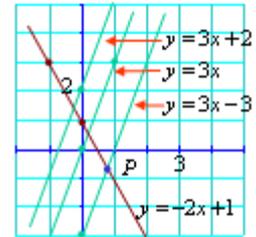


Algunas consideraciones geométricas relacionadas con rectas

1) Dos rectas que tienen la misma pendiente son paralelas.

Ejemplo:

Las rectas $y = 3x + 2$, $y = 3x$ e $y = 3x - 3$ son paralelas.



2) El punto de corte de dos rectas viene dado por la solución del sistema que determinan.

Ejemplo:

El punto de corte de las rectas $y = 3x - 3$ e $y = -2x + 1$ viene dado por la

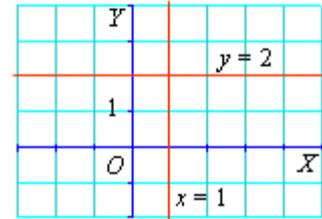
solución del sistema $\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$, que es $x = \frac{4}{5}$ e $y = -\frac{3}{5}$.

El punto de corte de ambas rectas es $P\left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$.

3) Rectas paralelas a los ejes cartesianos

- La ecuación de las rectas paralelas al eje horizontal OX (de abscisas) es $y = k$, siendo k una constante.
- La ecuación de las rectas paralelas al eje vertical OY (de ordenadas) es $x = k$.

Las rectas verticales, paralelas al eje OY , no son funciones, pues para un valor de x no le corresponde un único valor de y .



Pequeños retos

1. Representa gráficamente las funciones lineales: a) $y = -x + 2$; b) $y = 3x$.

2. Determina analíticamente el punto de corte de las rectas asociadas a esas funciones.

3. El coste de un viaje en taxi consta de una cantidad fija ("la bajada de bandera"), cuyo importe es de 2,40 € más el precio de "carrera" (la distancia recorrida), con un precio de 0,80 €/km.

a) ¿Cuánto debe pagar una persona que hizo una carrera de 9 km

b) Halla la expresión que dé el importe total de la factura en función de los kilómetros recorridos.

Soluciones:

1. Gráfica adjunta.

2. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

3. a) 9,60 € b) $f(x) = 2,40 + 0,80x$

