

FUNCIONES CUADRÁTICAS

Son las funciones polinómicas de grado dos, $f(x) = ax^2 + bx + c$ o $y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$.

La gráfica de esta función es una parábola de eje vertical.

- Las funciones de segundo grado más sencillas son $y = ax^2$. Todas son parábolas con vértice en el origen y eje de simetría la recta $x = 0$, el eje de ordenadas.
- Para representarlas gráficamente basta con dar algunos valores a x , para calcular así algunos de sus puntos. Puede observarse que:

El coeficiente a determina la curvatura de la parábola (convexa o cóncava) y su anchura.

Si $a > 0$ la parábola es convexa (\cup). Su vértice está en el mínimo de la función.

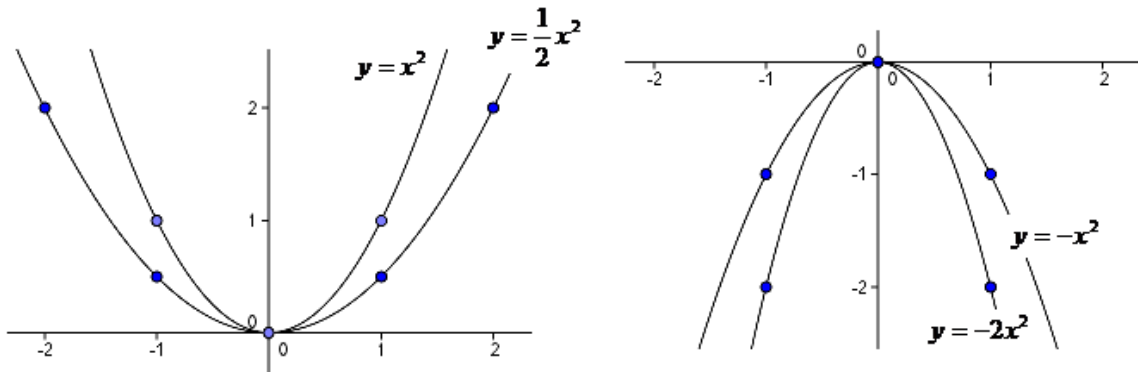
Si $a < 0$, es cóncava (\cap). El vértice es el máximo.

En todos los casos, si a aumenta la parábola se cierra; y si a disminuye, se abre.

Ejemplos:

En los siguientes gráficos puede verse ese efecto. Se han representado las parábolas:

$$y = x^2; y = \frac{1}{2}x^2; y = -x^2; y = -2x^2.$$



La parábola $y = \frac{1}{2}x^2$ es más ancha que $y = x^2$.

La parábola $y = -2x^2$ es más estrecha que $y = -x^2$.

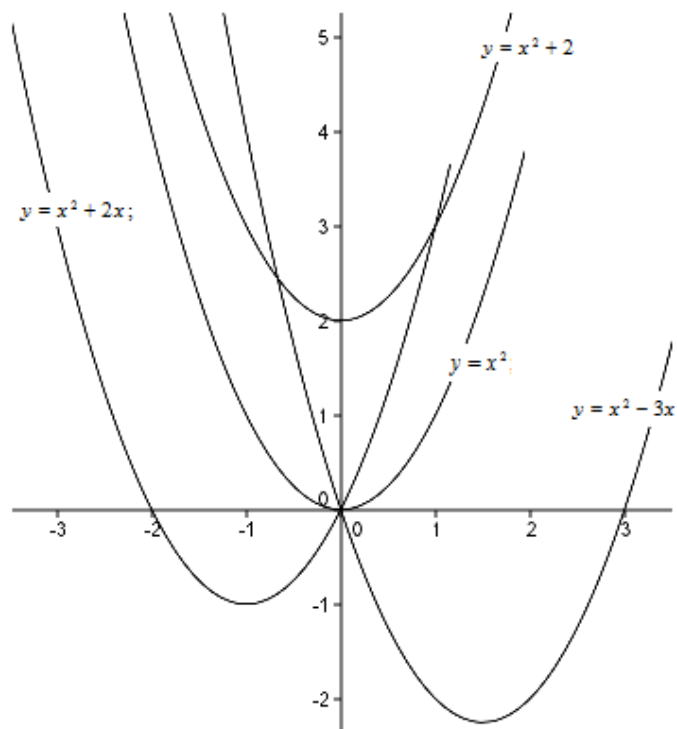
El coeficiente b produce desplazamientos laterales (no exactamente horizontales) en la parábola.

El término independiente c produce desplazamientos verticales en la parábola (traslaciones hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de su valor positivo o negativo).

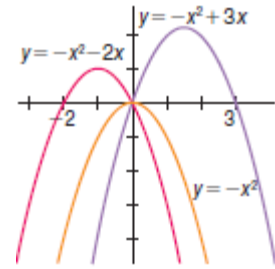
Ejemplos:

a) En los siguientes gráficos puede verse ese efecto. Se han representado las parábolas:

$$y = x^2 + 2; y = x^2 + 2x; y = x^2 - 3x.$$



b) Un efecto similar se produce cuando el coeficiente a es negativo.



Vértice de la parábola. Se da en el punto de abscisa $x = -\frac{b}{2a}$.

Eje de la parábola. Es la recta $x = -\frac{b}{2a}$.

Cortes con el eje OX. Son las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.

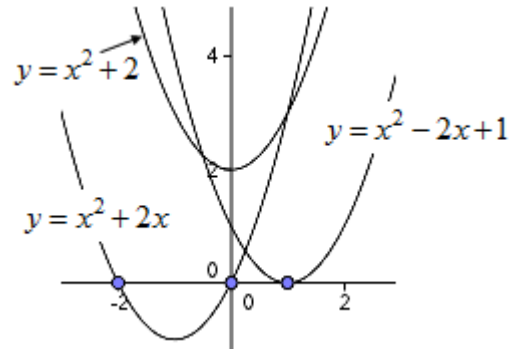
Los puntos de corte pueden ser dos, uno o ninguno, dependiendo de las soluciones de la ecuación de segundo grado asociada a la parábola.

El punto de corte con el eje OY es $(0, c)$.

Ejemplos:

a) La parábola $y = x^2 + 2$ no corta al eje OX, pues la ecuación $x^2 + 2 = 0$ no tiene soluciones. Su vértice lo tiene en el punto $(0, 2)$.

b) La parábola $y = x^2 + 2x$ corta al eje OX en los puntos $x = 0$ y $x = -2$, que son las soluciones de la ecuación $x^2 + 2x = 0$.



c) La parábola $y = x^2 - 2x + 1$ sólo corta al eje OX en el punto $x = 1$: la ecuación $x^2 - 2x + 1 = 0$ tiene a $x = 1$ como única solución doble.

Pequeños retos

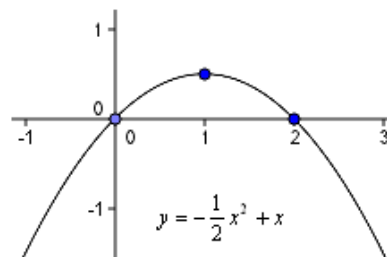
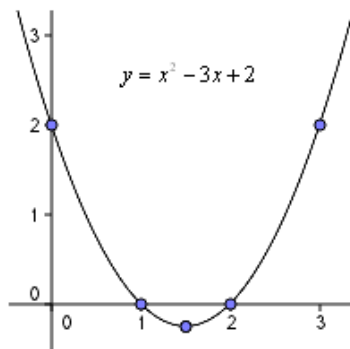
1. Representa gráficamente las siguientes parábolas: a) $y = x^2 - 3x + 2$; b) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$

Determina en cada caso su vértice y los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

2. Halla la ecuación de la parábola $y = x^2 + bx + c$ sabiendo que corta al eje OX en $x = 1$ y $x = 3$.

Soluciones:

1.



2. $y = x^2 - 4x + 3$.