TABLA DE DERIVADAS DE LAS FUNCIONES USUALES

En la siguiente tabla, *c*, *n*, *a* y *e* son números; *x* designa la variable independiente e *y* o *f* representan funciones de *x*.

Función simple	**Derivada**	**Función compuesta**	**Derivada**
$y = c$	$y' = 0$		
$y = x$	$y' = 1$		
$y = x^n$, $\forall\, n \in \mathbf{R}$	$y' = nx^{n-1}$	$y = (f(x))^n$, $\forall\, n$	$y' = n(f(x))^{n-1} f'(x)$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{f(x)}$	$y' = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \sqrt[n]{x}$	$y' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y = \sqrt[n]{f(x)}$	$y' = \dfrac{f'(x)}{n\cdot\sqrt[n]{(f(x))^{n-1}}}$
$y = a^x$, $a > 0$	$y' = a^x \ln a$	$y = a^{f(x)}$, $a > 0$	$y' = f'(x)\cdot a^{f(x)} \ln a$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^{f(x)}$	$y' = f'(x)\cdot e^{f(x)}$
$y = \log_a x$	$y' = \dfrac{1}{x}\log_a e$	$y = \log_a f(x)$	$y' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}\log_a e$
$y = \ln x$	$y' = \dfrac{1}{x}$	$y = \ln f(x)$	$y' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$
$y = \operatorname{sen} x$	$y' = \cos x$	$y = \operatorname{sen} f(x)$	$y' = f'(x)\cos f(x)$
$y = \cos x$	$y' = -\operatorname{sen} x$	$y = \cos f(x)$	$y' = -f'(x)\operatorname{sen} f(x)$
$y = \tan x$	$y' = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$y = \tan f(x)$	$y' = f'(x)\left(1 + \tan^2 f(x)\right)$
$y = \operatorname{arcsen} x$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \operatorname{arcsen} f(x)$	$y' = \dfrac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$y = \arccos x$	$y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arccos f(x)$	$y' = \dfrac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$y = \arctan x$	$y' = \dfrac{1}{1+x^2}$	$y = \arctan f(x)$	$y' = \dfrac{f'(x)}{1+(f(x))^2}$

Ejemplos:

→→ (El lector debe tomarse estos ejemplos como **pequeños retos** y hacerlos por su cuenta antes de ver la solución).

Potencias

1) $f(x) = x^5 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$.

2) $f(x) = \dfrac{1}{x^5} = x^{-5} \Rightarrow f'(x) = -5x^{-6} = -\dfrac{5}{x^6}$.

3) $f(x) = \left(2x^3 - 5x^2 + 3\right)^5 \Rightarrow f'(x) = 5\left(2x^3 - 5x^2 + 3\right)^4 \cdot \left(6x^2 - 10x\right)$.

4) $f(x) = \sqrt{2x^3 - 5x^2 + 3} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{6x^2 - 10x}{2\sqrt{2x^3 - 5x^2 + 3}} = \dfrac{3x^2 - 5x}{\sqrt{2x^3 - 5x^2 + 3}}$.

5) $f(x)=\sqrt[5]{x^3-x^2+1} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{3x^2-2x}{5\cdot\sqrt[5]{\left(x^3-x^2+1\right)^4}}$.

6) $y=2-7x^3+\dfrac{4}{x^5}-5\sqrt{x} \Rightarrow y'=-7\cdot 3x^2+\dfrac{-4\cdot 5x^4}{x^{10}}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'=-21x^2-\dfrac{20}{x^6}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.

Exponenciales y logaritmos

7) $y=3^{x^2-4x} \Rightarrow y'=(2x-4)\cdot 3^{x^2-4x}\ln 3$.

8) $y=e^{2x^4-x} \Rightarrow y'=\left(8x^3-3\right)\cdot e^{2x^4-x}$.

9) $y=5^{-x^3+2x}+e^{0,6x} \Rightarrow y'=\left(-3x^2+2\right)\cdot 5^{-x^3+2x}\ln 5+0,6e^{0,6x}$.

10) $y=\ln\left(x^4+3x^2\right) \Rightarrow y'=\dfrac{4x^3+6x}{x^4+3x^2}=\dfrac{4x^2+6}{x^3+3x}$.

11) $y=\log\left(5x^2+2x+1\right) \Rightarrow y'=\dfrac{10x+2}{5x^2+2x+1}\log e$.

12) $y=\ln\left((2x-1)(x^2-x)\right)=\ln(2x-1)+\ln(x^2-x) \Rightarrow y'=\dfrac{2}{2x-1}+\dfrac{2x-1}{x^2-x}$.

13) $f(x)=\ln\left(\dfrac{3x^2+4}{x^4+3}\right)=\ln\left(3x^2+4\right)-\ln\left(x^4+3\right) \Rightarrow f'(x)=\dfrac{6x}{3x^2+4}-\dfrac{4x^3}{x^4+3}$.

Trigonométricas

14) $f(x)=\sin\sqrt{x} \Rightarrow y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}$.

15) $f(x)=\dfrac{\sin\ (x^2)}{3} \Rightarrow y'=\dfrac{2x\cdot\cos(x^2)}{3}$.

16) $f(x)=\sin^2 x=(\sin x)^2 \Rightarrow f'(x)=2\sin x\cdot\cos x$.

17) $y=\cos^2\left(5x^3-7x\right) \Rightarrow y'=2\cos\left(5x^3-7x\right)\cdot\left(-\sin\left(5x^3-7x\right)\right)\cdot\left(15x^2-7\right)$.

18) $y=\cos\left(\ln x\right) \Rightarrow y'=-\sin(\ln x)\cdot\dfrac{1}{x}$.

19) $y=\ln\left(\cos x\right) \Rightarrow y'=\dfrac{1}{\cos x}\cdot(-\sin x)=-\tan x$.

20) $y=x^3\cdot\tan\left(5x-3\right) \Rightarrow y'=3x^2\cdot\tan\left(5x-3\right)+x^3\cdot\left(1+\tan^2\left(5x-3\right)\right)\cdot 5$.

Trigonométricas inversas

21) $y=\text{arcsen}\left(x^3-1\right) \Rightarrow y'=\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3-1)^2}}=\dfrac{3x^2}{\sqrt{2x^3-x^6}}=\dfrac{3x}{\sqrt{2x-x^4}}$.

22) $y=\text{arcsen}\left(\dfrac{x}{4}\right) \Rightarrow y'=\dfrac{1/4}{\sqrt{1-\left(\dfrac{x}{4}\right)^2}}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$.

23) $y=\arccos(x^2) \Rightarrow y'=\dfrac{-2x}{\sqrt{1-(x^2)^2}}=\dfrac{-2x}{\sqrt{1-x^4}}$.

24) $y=\text{arctag}\ (x^2-1) \Rightarrow y'=\dfrac{2x}{1+(x^2-1)^2}=\dfrac{2x}{2-2x^2+x^4}$.