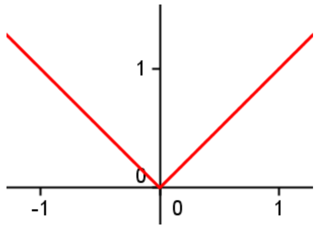
## VALOR ABSOLUTO DE UNA FUNCIÓN

Al aplicar el valor absoluto a una función se obtiene otra función definida a trozos. El caso más sencillo es $f(x)=|x|$.

Su significado es: $f(x)=|x|=\begin{cases}-x, & \text{si } x<0\\ x, & \text{si } x\geq 0\end{cases}$.

Su gráfica es la adjunta.




La función $|f(x)|$ cambia de signo todos los resultados negativos de $f(x)$; los resultados positivos los deja iguales. Su gráfica no puede aparecer por debajo del eje *OX*.

Se define a trozos así: $|f(x)|=\begin{cases}-f(x), & \text{si } f(x)<0\\ f(x), & \text{si } f(x)\geq 0\end{cases}$.

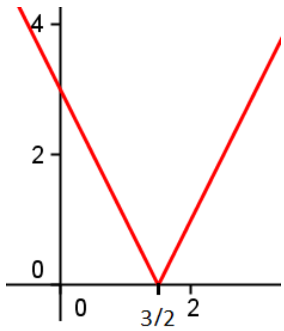
Para determinar los intervalos en los que debe cambiarse de signo hay que resolver la ecuación $f(x)=0$. Las soluciones de esa ecuación determinan intervalos disjuntos en los que la función toma el mismo signo en cada uno de ellos, siempre positivo o siempre negativo; en este último caso es cuando se cambia $f(x)$ por $-f(x)$.

**Ejemplos**:

a) Para $f(x)=2x-3$, la función $|f(x)|=|2x-3|=\begin{cases}-2x+3, & \text{si } x<3/2\\ 2x-3, & \text{si } x\geq 3/2\end{cases}$.

El punto $x=\dfrac{3}{2}$ es la solución de la ecuación $2x-3=0$. Resulta sencillo determinar que si $x<\dfrac{3}{2}$ la expresión $2x-3$ toma valores negativos; por tanto, en el intervalo $x<\dfrac{3}{2}$ la función $|f(x)|$ cambia el signo, siendo $|f(x)|=-2x+3$. Para $x\geq\dfrac{3}{2}$ la función inicial no toma valores negativos, luego el valor absoluto no cambia el signo.

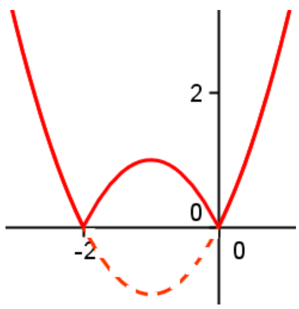
Su gráfica es la adjunta. En el punto $x=\dfrac{3}{2}$ se produce una especie de efecto rebote: la función toca el eje y rebota positivamente.




b) Dada la función $f(x)=|x^2+2x|$, como $x^2+2x=x(x+2)=0$ para x = –2 y x = 0, y toma valores negativos para –2 < *x* < 0, se puede escribir como una función definida a trozos en la forma:

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & \text{si } x\leq -2\\ -x^2-2x, & \text{si } -2<x<0\\ x^2+2x, & \text{si } x\geq 0\end{cases}$$

Su gráfica es la adjunta. Otra vez puede observarse que la función “rebota”, como en un espejo, sobre el eje *OX*, transformando en positivos los valores negativos de la parábola $y=x^2+2x$. Esto es, la función cambia de signo en el intervalo (–2, 0).



**Pequeños retos**

Expresa como una función definida a trozos las funciones:

a) $f(x) = |x+2|$ b) $f(x) = |4 - x^2|$ .

**Soluciones**:

a) $f(x) = |x+2| = \begin{cases} -x-2, & \text{si } x < -2 \\ x+2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$. b) $f(x) = \begin{cases} -4 + x^2 & \text{si } x \leq -2 \\ 4 - x^2, & \text{si } -2 < x < 2 \\ x^2 + 2x, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

Sus gráficas pueden obtenerse tecleando en Google abs(x–2) y abs(4–x^2), respectivamente.