VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO

El valor absoluto de un número real *a* se designa por $|a|$.

$|a| = a$ si $a > 0$. Por ejemplo: $|12| = 12$

$|a| = -a$ si $a < 0$. Por ejemplo: $|-12| = -(-12) = 12$

Debe observarse que el valor absoluto de un número siempre es positivo. Esto es $|a| \geq 0$, para todo número real *a*.

Algunas propiedades del valor absoluto son:

- $|a| = |-a|$ Por ejemplo, $|8| = |-8| = 8$

- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ Por ejemplo: $|8 \cdot (-5)| = |8| \cdot |-5|$.

En efecto: $|8 \cdot (-5)| = |-40| = 40$ y $|8| \cdot |-5| = 8 \cdot 5 = 40$.

- Desigualdad triangular: $|a + b| \leq |a| + |b|$

Por ejemplo: $|8 + (-5)| = |3| < |8| + |-5| = 8 + 5 = 13$

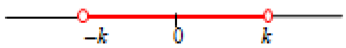
La igualdad: $|a + b| = |a| + |b|$, se da cuando *a* y *b* tienen el mismo signo.

<u>El valor absoluto puede utilizarse para designar intervalos.</u>

- Intervalo abierto centrado en el origen: $|x| < k$

El conjunto de los números reales *x* tales que $|x| < k \Leftrightarrow -k < x < k$.

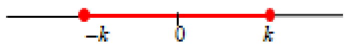
Por tanto, decir que $|x| < k$ equivale a decir que $x \in (-k,\ k)$.



- Intervalo cerrado centrado en el origen: $|x| \leq k$

El conjunto de los números reales *x* tales que: $|x| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x \leq k$.

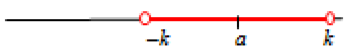
Por tanto, decir que $|x| \leq k$ equivale a decir que $x \in [-k,\ k]$.



De manera análoga:

- $|x - a| < k \Leftrightarrow -k < x - a < k \Leftrightarrow a - k < x < a + k$.

Por tanto, si *x* verifica la desigualdad $|x - a| < k \Leftrightarrow x \in (a - k, a + k)$.

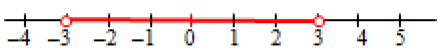


Es un intervalo centrado en el punto *a* y amplitud 2*k*, que también recibe el nombre de entorno con centro *a* y radio *k*: $E_k(a)$

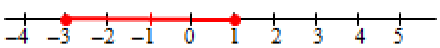
- $|x - a| \leq k \Leftrightarrow -k \leq x - a \leq k \Leftrightarrow a - k \leq x \leq a + k \Leftrightarrow x \in [a - k, a + k]$

Ejemplos:

a) $|x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3 \Leftrightarrow x \in (-3, 3)$.



b) $|x + 1| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x + 1 \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-3, 1]$.



→ (Para ampliar estas cuestiones puede verse <u>Intervalos</u>).

Pequeños retos

1. Halla el resultado de la operación: $5 \cdot |-3| - 2 \cdot |6 + 3| + (-3) \cdot |5 \cdot (-3) - 4|$.

2. Expresa en forma de intervalos los valores de *x* que cumplen: a) $|x-2|\le 1$; b) $|x|>1$.

Soluciones:

1. –60.

2. a) $x\in[1,\ 3]$. b) $x\in(-\infty,\ -1)\cup(1,\ +\infty)$ $\to$ (Ver intervalos).