

## NOTACIÓN SUMATORIA

---

La suma  $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$  puede escribirse así,  $S = \sum_{i=1}^n a_i$ ; y se lee “suma de  $a_i$  desde

$i = 1$  hasta  $i = n$ ”, siendo  $n$  un número natural;  $a_i$  puede designar un número o una expresión algebraica, y puede ser sustituida por cualquier otra letra, habitualmente por  $x_i$ .

La letra  $\Sigma$  (sigma mayúscula) simboliza sumatorio;  $i$  se llama índice del sumatorio, y puede ser sustituida por cualquier otra letra,  $j, k, \dots$ . Los límites del sumatorio pueden cambiar; por ejemplo pueden tomar valores “desde  $i = 1$  hasta  $i = 20$ ” o “desde  $i = 10$  hasta  $i = 100$ ”.

Esta notación tiene sentido cuando se trata de escribir largas sumas en las que cada sumando se ajusta a un mismo patrón. Por ejemplo,  $x_i$  puede designar el número de parados en los distintos municipios de una región, el precio de la tonelada de trigo en las distintas longas de un país, el término de una sucesión...

### Ejemplos:

a)  $\sum_{i=1}^{20} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20}$

b)  $\sum_{i=10}^{100} x_i = x_{10} + x_{11} + x_{12} + \dots + x_{99} + x_{100}$ .

c)  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2$

d)  $\sum_{k=1}^{25} 2 \cdot k = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 2 \cdot 25 = 2 + 4 + \dots + 50$ .

e) La suma anterior es la de los 25 primeros términos de la progresión aritmética 2, 4, 6, ...

f) La suma  $1 + 4 + 7 + 10 + \dots$  (150 términos) se puede escribir como  $\sum_{n=1}^{150} (3n - 2)$ .

La expresión  $3n - 2$  es la del término general de la progresión:  $a_n = 3n - 2$ . ([Ver](#)).

e)  $\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$  designa la media aritmética de  $n$  datos de una determinada variable.

f)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ . En este caso no se escribe un último término: hay infinitos sumandos.

g)  $\sum_{i=1}^n c = c + c + \dots + c = n \cdot c$ . La suma de una constante  $c$ ,  $n$  veces, es el producto  $n \cdot c$ .

### Algunas propiedades de la suma

1)  $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + \dots + a_n + b_n = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$

2)  $\sum_{i=1}^n ca_i = ca_1 + ca_2 + ca_3 + \dots + ca_n = c \sum_{i=1}^n a_i$

Estas dos propiedades indican que el sumatorio es un operador lineal (se comporta de manera *natural* respecto de la suma y del producto por una constante).

**Ejemplos:**

a) 
$$\sum_{i=1}^n (2 - 3k + k^2) = \sum_{i=1}^n 2 - 3 \sum_{i=1}^n k + \sum_{i=1}^n k^2$$

b) Utilizando estas propiedades, la media aritmética de un conjunto de  $n$  datos puede escribirse de cualquiera de las siguientes formas:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Leftrightarrow \bar{x} = \sum_{i=1}^k \frac{f_i x_i}{n} \Leftrightarrow \bar{x} = \sum_{i=1}^k f_{r_i} x_i$$

Siendo:  $f_i$  y  $f_{r_i}$  las frecuencias absoluta y relativa, respectivamente, del dato  $x_i$ ;  $\sum_{i=1}^k f_i = n$ .

**Pequeños retos**

1. Desarrolla las siguientes sumas:

a) 
$$\sum_{i=0}^4 a_i x^i$$

b) 
$$\sum_{n=1}^6 \frac{n}{n+1}$$

c) 
$$\sum_{n=1}^5 3(n+1)$$

d) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

2. Expresa con notación sumatoria las siguientes sumas:

a)  $3 + 6 + 9 + \dots$  (100 términos)

b)  $3 + 3,5 + 4 + 4,5 + \dots$  (175 términos)

c)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots$  (25 términos)

d)  $1 + 4 + 9 + 16 + \dots$  (40 términos)

→ En ningún caso es necesario hacer la suma.

3. Halla el valor de las siguientes sumas:

a) 
$$\sum_{n=1}^6 \frac{2n-1}{n+2}$$

b) 
$$\sum_{n=1}^6 \frac{n}{n+1}$$

c) 
$$\sum_{n=1}^{100} n$$

d) 
$$\sum_{n=1}^{50} (3n-2)$$

**Soluciones:**

1. a)  $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$ . b)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7}$ . c)  $3 \cdot (2 + 3 + 4 + 5 + 6)$ .

d)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$

2. a)  $\sum_{n=1}^{100} 3n$ . b)  $\sum_{n=1}^{175} (2,5 + 0,5n)$ . c)  $\sum_{n=1}^{25} \frac{n}{n+1}$ . d)  $\sum_{n=1}^{40} n^2$ .

3. a)  $\frac{331}{56}$ . b)  $\frac{617}{140}$ . c) 5050. d) 3725.