

REPARTOS PROPORCIONALES

Repartir proporcionalmente una cantidad entre varios números es asignarle a cada número su parte (su cantidad) correspondiente. Los criterios de reparto suelen ser dos: directamente proporcional o inversamente proporcional.

- En los repartos directamente proporcionales el cociente entre los números dados y sus cantidades correspondientes es constante.
- En los repartos inversamente proporcionales el producto entre los números dados y sus cantidades correspondientes es constante.

Repartos directamente proporcionales

Repartir una cantidad T entre tres números a , b y c , de manera directamente proporcional, consiste en asignar a cada número la parte de T que sea directamente proporcional a su valor. Esto es, si las cantidades correspondientes fuesen A , B y C , debe cumplirse que

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = k \Leftrightarrow A = k \cdot a, B = k \cdot b; C = k \cdot c.$$

El valor de k , que es el correspondiente a 1, se obtiene dividiendo T entre $(a + b + c)$.

Ejemplo:

Para repartir directamente proporcional una ganancia de 15000 €, entre tres accionistas que poseen 230, 450 y 120 acciones, respectivamente, se determina la ganancia correspondiente a una acción.

Como el total de acciones es de $230 + 450 + 120 = 800$, la ganancia unitaria será $\frac{15000}{800} = 18,75$ €

Por tanto:

- al que tiene 230 acciones le corresponderá $230 \cdot 18,75 = 4312,5$ €
- al que tiene 450 acciones le corresponderá $450 \cdot 18,75 = 8437,5$ €
- al que tiene 120 acciones le corresponderá $120 \cdot 18,75 = 2250$ €

Observación:

Puede comprobarse que el cociente entre la ganancia de cada uno y su número de acciones correspondiente es constante:

$$\frac{4312,5}{230} = \frac{8437,5}{450} = \frac{2250}{120} = 18,75$$

Repartos inversamente proporcionales

Repartir una cantidad T entre tres números a , b y c , de manera inversamente proporcional, consiste en asignar a cada número la parte de T que sea inversamente proporcional a su valor. Esto es, si las cantidades correspondientes fuesen A , B y C , debe cumplirse que

$$A \cdot a = B \cdot b = C \cdot c = k \Leftrightarrow A = \frac{k}{a}, B = \frac{k}{b}; C = \frac{k}{c}.$$

Por tanto, las cantidades A , B y C son directamente proporcionales a $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ y $\frac{1}{c}$, respectivamente.

El valor de k se obtiene dividiendo T entre $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$.

Ejemplo: →→→

Para repartir una cantidad de 15000 € inversamente proporcional a los años de tres herederos, pongamos de 12, 15 y 21 años, se hace un reparto directo entre las cantidades inversas, esto es, entre $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$ y $\frac{1}{21}$. Como la suma total es $\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} = \frac{83}{420}$, se tendrá:

– si a $\frac{83}{420}$ le corresponde 15000 €

$$\text{a } \frac{1}{12} \text{ le corresponderá } x \quad \Rightarrow x = (15000 \cdot 1/12) : (83/420) = 6325,30 \text{ €}$$

– si a $\frac{83}{420}$ le corresponde 15000 €

$$\text{a } \frac{1}{15} \text{ le corresponderá } y \quad \Rightarrow y = (15000 \cdot 1/15) : (83/420) = 5060,24 \text{ €}$$

– si a $\frac{83}{420}$ le corresponde 15000 €

$$\text{a } \frac{1}{21} \text{ le corresponderá } z \quad \Rightarrow z = (15000 \cdot 1/21) : (83/420) = 3614,46 \text{ €}$$

Por tanto: al de 12 años le corresponderán 6325,30 €, al de 15 años, 5060,24 €, al de 21 años, 3614,46 €

Observación:

Puede comprobarse que el producto de las edades de cada uno por su cantidad correspondiente es constante:

$$12 \cdot 6325,30 = 15 \cdot 5060,24 = 21 \cdot 3614,46 = 75.903,6.$$

Pequeños retos

1. Por la realización de un trabajo tres personas reciben la cantidad de 1200 € ¿Cómo se repartirían el dinero si el primero trabajo 10 horas, el segundo 14 horas y el tercero, 6 horas?

2. Un pequeño empresario desea repartir unos beneficios de 36000 euros entre cuatro empleados, proporcionalmente al número de años de antigüedad en la empresa. Los años de antigüedad son 15, 10, 6 y 3. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno de ellos?

3. El mismo empresario desea incentivar la puntualidad de sus cuatro empleados repartiendo 4000 € de manera inversamente proporcional al número de días que estos llegan con retraso al trabajo. Si los retrasos de esos empleados fueron, respectivamente, 2, 4, 6 y 8, ¿qué cantidad le corresponderá a cada uno de ellos?

Soluciones:

1. 400 € 560 € 240 €

2. 15882,3 € 10588,2 € 6353,9 € 3176,5 €

3. 1920, 960, 640, 480 euros.