PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando el cociente de las cantidades correspondientes es constante: $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \ldots = k$

Las cantidades de la magnitud *A*, (*a*, *a*´, …) son directamente proporcionales a sus correspondientes de la magnitud *B*, (*b*, *b*´, …). La constante de proporcionalidad vale *k*.

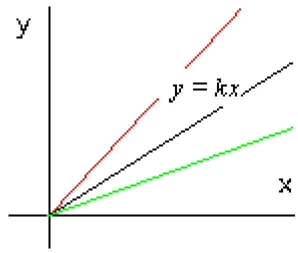
Ejemplo:

Si las magnitudes *A* y *B*, dadas en la siguiente tabla,

Magnitud *A*	16	8	x	40
Magnitud *B*	12	6	15	y

son directamente proporcionales, debe cumplirse que: $\frac{16}{12} = \frac{8}{6} = \frac{x}{15} = \frac{40}{y}$.

Esto permite deducir que $x = \frac{8 \cdot 15}{6} = 20$; y que $y = \frac{6 \cdot 40}{8} = 30$.



- La relación $y = kx$ indica que x e y son directamente proporcionales pues $\frac{y}{x} = k$. La expresión $y = kx$ es la de la función lineal, cuya gráfica es una recta que pasa por el origen.

- La regla de tres simple directa permite determinar un dato desconocido cuando se sabe que forma una relación de proporcionalidad directa con otros tres datos dados.

- Reducción a la unidad**.** En los problemas de proporcionalidad resulta útil conocer el valor proporcional correspondiente a una unidad. Este valor coincide con *k*, la constante de proporcionalidad.

Ejemplos:

a) La cantidad a pagar (*y*) por la compra de cierta cantidad (*x*) de patatas es proporcional a los kilogramos comprados. Esto es:

$$\frac{\text{cantidad a pagar } (y)}{\text{nº de kilos } (x)} = \text{precio por kilo } (p) \Rightarrow y = px.$$

Si el precio fuese 0,45 €/kg, se tendría $y = 0{,}45x$.

b) Si se sabe que por 2,4 kg de naranjas se han pagado 3,12 €, fácilmente se deduce que el kilo sale a 3,12 : 2,40 = 1,30 €. Esta sería la constante de proporcionalidad, lo que permite expresar la cantidad a pagar mediante la fórmula $y = 1{,}30x$, donde x son los kilos de naranjas comprados.

c) Un problema de regla de tres directa es el siguiente: Un árbol que mide 7,5 m proyecta una sombra de 12,5 m. ¿Qué altura tendrá otro árbol que en ese mismo instante y lugar proyecta una sombra de 16 m?

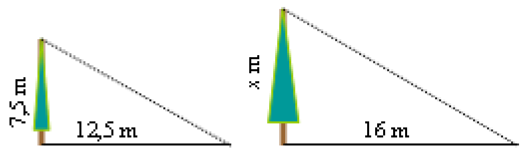
– Suele resolverse así:

Si a 12,5 m $\rightarrow$ 7,5 m

a 16 m $\rightarrow$ x m $\Rightarrow \frac{12{,}5}{7{,}5} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 9{,}6$ m

– La solución mediante la reducción a la unidad consiste en determinar la altura correspondiente a 1 m de sombra. Este valor es: $\dfrac{7,5}{12,5}=0,6$ m. En consecuencia, la altura de un árbol que proyecta una sombra de 16 m será 0,6 · 16 m = 9,6 m.

Observación:
En este caso resulta evidente la relación entre la proporcionalidad de magnitudes y el teorema de Tales.
El planteamiento gráfico se muestra en la figura adjunta.



Pequeños retos

1. Por 12 días de trabajo una persona recibió 900 €. ¿Cuánto hubiese recibido por trabajar 8 días? ¿Y por trabajar 15 días?

2. Indica los valores de x e y para que las cantidades correspondientes a las magnitudes A y B sean directamente proporcionales:

Magnitud A	2	12	y
Magnitud B	7	x	28

3. Si el consumo de agua es proporcional al número de personas, ¿cuántos metros cúbicos de agua consumirán 5000 habitantes en un día si 6 personas gastan 18 m^3 en 6 días?
(Sugerencia: Determina el consumo diario por persona).

Soluciones:
1. 600 €. 1125 €.
2. $x = 42$; $y = 8$.
3. Consumo diario por persona: 0,5 m^3. Consumo diario de 5000 personas: 5000 · 0,5 = 2500 m^3.