POLINOMIOS

Los polinomios son las expresiones matemáticas más utilizadas. Son polinomios, por ejemplo: $3x^2 - 2x - 5$ o $7x^3 + 4x$; con frecuencia se escriben así: $P(x) = 3x^2 - 2x - 5$ o $Q(x) = 7x^3 + 4x$.

En general, un polinomio de grado *n*, en una variable *x*, es una expresión algebraica de la forma

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0, \quad (a_n \neq 0,\ n \in \mathbf{N})$$

donde $a_n,\ a_{n-1},\ ...,\ a_1,\ a_0$ son números llamados coeficientes.
Todos los exponentes deben ser enteros positivos; el mayor de ellos indica el grado del polinomio.
A cada uno de los sumandos se les llama términos. El término de grado 2 es $a_2 x^2$. El término principal es $a_n x^n$, el de mayor grado. El número a_0 se llama término independiente.
Los polinomios que tienen un solo término se llaman monomios; los que tienen dos términos, binomios; los que tiene tres términos, trinomios…
Dos términos son semejantes cuando sólo difieren en los coeficientes: $a_n x^n$ y $b_n x^n$ son semejantes.
En particular, $5x^3$ y $-17x^3$ son semejantes; por el contrario, $10x^2$ y $10x$ no lo son.

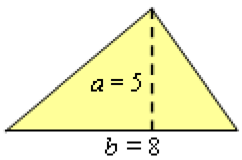
Ejemplo:
La expresión $P(x) = 2x^5 - 4x^3 + 5x - 6$ es un polinomio de grado 5. Los términos que lo forman son: $2x^5$, de grado 5 y coeficiente 2; $-4x^3$, de grado 3 y coeficiente –4; $5x$, de grado 1 y coeficiente 5; el número –6 es el término independiente.
Ese polinomio no tiene los términos de 4º grado ni de 2º; pero, si conviene, podría escribirse $P(x) = 2x^5 + 0x^4 - 4x^3 + +0x^2 + 5x - 6$. Así, los coeficientes, ordenados de mayor a menor grado, son: 2 (para x^5), 0 (para x^4), –4 (para x^3), 0 (para x^2), 5 (para *x*); –6 (término independiente).

Valor numérico de un polinomio es la cantidad, el valor, que resulta cuando se sustituyen la variable por un número.

Ejemplo:
El valor numérico del polinomio $P(x) = 2x^5 - 4x^3 + 5x - 6$ para $x = -1$, que suele indicarse por $P(-1)$, es: $P(-1) = 2\cdot(-1)^5 - 4\cdot(-1)^3 + 5\cdot(-1) - 6 = -2 + 4 - 5 - 6 = -9$.
Análogamente, $P(2) = 2\cdot 2^5 - 4\cdot 2^3 + 5\cdot 2 - 6 = 64 - 32 + 10 - 6 = 36$; mientras que $P(0) = -6$.

Observaciones:
1) En general, una expresión algebraica es aquella en la que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales. Estas expresiones se utilizan para establecer relaciones de carácter genérico, pues las letras pueden tomar cualquier valor.

- Esto permite dar fórmulas generales. Así, el área de cualquier triangulo es $A = \dfrac{b\cdot a}{2}$, siendo *b* la base y *a* la altura.



Si la base mide 8 y altura 5, el área del triángulo es: $A = \dfrac{8\cdot 5}{2} = 20$.

- También permite expresar propiedades generales. Así, para indicar que una operación, por ejemplo la suma, cumple la propiedad conmutativa, se escribe: $a + b = b + a$

Ejemplos:
a) Si con la letra x se designa un número desconocido:
"El doble de x" será $2x$, que significa $2 \cdot x$. Por tanto, si x valiese 8, $2x$ valdría 16.
"La mitad de x, menos 3" será $\frac{x}{2}-3 \to$ Si x valiese 100, $\frac{x}{2}-3$ valdría 47.
b) Si n designa un número entero:
"Dos números consecutivos" se designarían por n y $n + 1$.
"Los números pares" mediante $2n$; y "los impares", por $2n - 1$ o $2n + 1$.

2) Los <u>monomios</u> son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tienen un término, formado por el producto de números y letras. El número se llama <u>coeficiente</u> del monomio; y las letras, <u>parte literal</u>. Así, por ejemplo, $3 \cdot a$, $-4 \cdot a \cdot x$, $5 \cdot x^2$ o $\frac{2}{3} \cdot x \cdot y^3$ son monomios. Suelen escribirse omitiendo los puntos de multiplicar. Esto es: $3 \cdot a = 3a$, $-4 \cdot a \cdot x = -4ax$ o $\frac{2}{3} \cdot x \cdot y^3 = \frac{2}{3} xy^3$.

3) La parte literal de $3a$, $-4ax$, $5x^2$ y $\frac{2}{3}xy^3$ es, respectivamente, a, ax, x^2 y xy^3. Sus coeficientes, también respectivamente, son: 3, –4, 5 y $\frac{2}{3}$.

4) Muchas funciones se dan se dan mediante una expresión algebraica, no necesariamente en forma polinómica. Así, $f(x) = x^3 - 3x$ es polinómica; $f(x) = \frac{2x}{x+5}$ es racional; $f(x) = 2^{x-1}$ es exponencial…