

## OPERACIONES CON RADICALES: RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Cuando se tiene una fracción en la que el denominador aparece una expresión con radicales, su racionalización consiste en encontrar otra fracción equivalente a la dada pero sin raíces en el denominador.

### Ejemplo:

La expresión  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  no está racionalizada. Se racionaliza escribiéndola como  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ; transformación

que se realiza multiplicando y dividiendo por  $\sqrt{2}$ . Naturalmente se cumple que  $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

- Los casos más corrientes, que escribo en su forma genérica más sencilla, son:

$$\frac{A}{\sqrt{b}}; \quad \frac{A}{b + \sqrt{c}}; \quad \frac{A}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

Se racionalizan multiplicando los dos términos de cada fracción por  $\sqrt{b}$ , por  $b - \sqrt{c}$  y por  $\sqrt{b} - \sqrt{c}$ , respectivamente.

### Ejemplos:

$$a) \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$b) \frac{9}{2\sqrt{21}} = \frac{9 \cdot \sqrt{21}}{2\sqrt{21} \cdot \sqrt{21}} = \frac{9\sqrt{21}}{2 \cdot 21} = \frac{9\sqrt{21}}{42} = \frac{3\sqrt{21}}{14}.$$

$$c) \frac{2}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} = 4 - 2\sqrt{3}.$$

Recuerda que  $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$ .

$$d) \frac{\sqrt{3} - 2}{2\sqrt{3} - 3} = \frac{(\sqrt{3} - 2)(2\sqrt{3} + 3)}{(2\sqrt{3} - 3)(2\sqrt{3} + 3)} = \frac{6 + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 6}{(2\sqrt{3})^2 - 3^2} = \frac{-\sqrt{3}}{3}.$$

$$e) \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \sqrt{5} - \sqrt{3}.$$

$$f) \frac{3 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(3 + \sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(2\sqrt{2} - \sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{4} + \sqrt{6}}{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4 + \sqrt{6}}{8 - 3} = \frac{4 + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \sqrt{6}}{5}.$$

### Pequeños retos:

1. Racionaliza las siguientes fracciones:

$$a) \frac{5}{\sqrt{3}} \quad b) \frac{4}{\sqrt{8}} \quad c) \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \quad d) \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \quad e) \frac{x}{2\sqrt{x}} \quad f) \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$$

**Soluciones:** a)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ . b)  $\sqrt{2}$ . c)  $\sqrt{3} - 1$ . d)  $-3 - 2\sqrt{2}$ . e)  $\frac{\sqrt{x}}{2}$ . f)  $\frac{x^2 + 2x\sqrt{x} + x}{x^2 - x}$ .