

OPERACIONES CON RADICALES: EXTRACCIÓN E INTRODUCCIÓN DE FACTORES

Para extraer o introducir factores en un radical hay que tener en cuenta las propiedades de la potenciación, de la radicación:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \rightarrow \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}. \text{ En particular, para raíces cuadradas: } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \rightarrow \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}. \text{ En particular, para raíces cuadradas: } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

Aquí me limitaré a raíces cuadradas.

Extracción de factores en un radical

Las propiedades anteriores permiten la extracción de un factor en una raíz.

- Para extraer un factor de una raíz cuadrada se hace la raíz de dicho factor, pues basta observar que $\sqrt{a^2 \cdot b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = a \cdot \sqrt{b}$.

Ejemplos:

$$a) \sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}.$$

$$b) \sqrt{600} = \sqrt{100 \cdot 6} = 10\sqrt{6}.$$

$$c) \sqrt{9x^2y} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y} = 3x\sqrt{y}.$$

$$d) \sqrt{3x^3 - 2x^2} = \sqrt{x^2(3x - 2)} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{3x - 2}.$$

$$e) \sqrt{\frac{18}{500}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 2}{100 \cdot 5}} = \frac{3}{10} \sqrt{\frac{2}{5}}.$$

$$f) \sqrt{\frac{3}{25}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

g) Del radical $\sqrt{51}$ no puede extraerse ningún factor, pues $51 = 3 \cdot 17$, y la raíz cuadrada de ninguno de esos dos números es exacta.

h) De la expresión $\sqrt{4 + x^2}$ tampoco puede extraerse ningún factor, pues no hay factores; hay sumandos. (Un **error frecuente** es escribir $\sqrt{4 + x^2} = 2 + x$. Esto sería equivalente a decir que $5 = \sqrt{25} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4$).

Observación:

En el caso de raíces de números es usual descomponerlos en factores primos, para ver con mayor claridad qué factores pueden extraerse. Así:

$$\sqrt{243} = \sqrt{3^5} = \sqrt{3^4 \cdot 3} = 3^2 \cdot \sqrt{3} = 9\sqrt{3}; \quad \sqrt{1350} = \sqrt{2 \cdot 3^3 \cdot 5^3} = \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 5} = 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5} = 15\sqrt{30}$$

Introducción de factores en un radical

- Para introducir un factor en una raíz cuadrada se hace el cuadrado de dicho factor, pues basta observar que $a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$.

Ejemplos:

$$a) 4\sqrt{5} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{80}.$$

$$b) \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}}.$$

$$c) 3\sqrt{x} = \sqrt{9} \sqrt{x} = \sqrt{9x}.$$

$$d) x\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{x^2(x-1)} = \sqrt{x^3 - x^2}.$$

$$e) \frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{243}{27}} = \sqrt{9} = 3.$$

$$f) \frac{\sqrt{2x+x^2}}{3x} = \sqrt{\frac{2x+x^2}{9x^2}} = \sqrt{\frac{2+x}{9x}}$$

Pequeños retos

1. Extrae todos factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{1000}$ b) $\sqrt{24}$ c) $\sqrt{216}$ d) $\sqrt{25+400}$ e) $\sqrt{12x^3}$ f) $\sqrt{16x^3+6x^2}$
 g) $\sqrt{\frac{27}{300}}$ h) $\sqrt{\frac{32}{36}}$ i) $\sqrt{9a-27b}$

2. Introduce en la raíz el factor que se halla fuera:

a) $2\cdot\sqrt{7}$ b) $\frac{\sqrt{18}}{2}$ c) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ d) $x\cdot\sqrt{x^2-2}$ e) $\frac{\sqrt{x^3-4x^2}}{2x}$ f) $\frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$

Soluciones:

1. a) $10\sqrt{10}$. b) $2\sqrt{6}$. c) $6\sqrt{6}$. d) $5\sqrt{17}$. e) $2x\sqrt{3x}$. f) $x\sqrt{16x+6}$. g) $\frac{3}{10}$. h) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$. i) $3\sqrt{a-3b}$.
 2. a) $\sqrt{28}$. b) $\sqrt{\frac{9}{2}}$. c) $\sqrt{\frac{9}{5}}$. d) $\sqrt{x^4-2x^2}$. e) $\sqrt{\frac{x-4}{4}}$. f) $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$