RADICALES

Raíz cuadrada: $\sqrt{a} = b$, $a > 0 \Leftrightarrow b^2 = a$.
Raíz cúbica: $\sqrt[3]{a} = b \Leftrightarrow b^3 = a$.

Ejemplos:
a) $\sqrt{49} = 7$, pues $7^2 = 49$; también $\sqrt{49} = -7$, pues igualmente $(-7)^2 = 49$.
b) $\sqrt[3]{8} = 2$, pues $2^3 = 8$; $\sqrt[3]{-8} = -2$, pues $(-2)^3 = -8$.

Raíz de índice *n* (raíz *n*-ésima)
Se dice que la raíz enésima de un número *a***,** y se escribe $\sqrt[n]{a}$ **,** es *b*, si $b^n = a$. Esto es:

$$\sqrt[n]{a} = b,\ n \in \mathbf{N} \Leftrightarrow b^n = a.$$

Al número *a* se llama <u>radicando</u>, a *n* <u>índice</u> y al conjunto $\sqrt[n]{a}$ <u>radical</u>**.**

Ejemplos:
a) $\sqrt[5]{32} = 2$, pues $2^5 = 32$.
b) $\sqrt[4]{16} = \pm 2$, pues $(\pm 2)^4 = 16$.

Potencia de exponente racional
- Las raíz de índice *n* puede expresarse como una <u>potencia de exponente racional</u>: $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$.

Notación que resulta coherente, pues aplicando la definición se tiene que $\left(a^{1/n}\right)^n = a^{n/n} = a$.
- En particular, $a^{1/2} = \sqrt{a}$ y $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$. Ambos expresiones son consistentes, pues:

$$\left(a^{1/2}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 \Leftrightarrow a^{\frac{1}{2}\cdot 2} = a^{2/2} = a^1 = a;\ \text{y}\ \left(a^{1/3}\right)^3 = \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 \Leftrightarrow a^{\frac{1}{3}\cdot 3} = a^{3/3} = a^1 = a$$

- En general, si $\dfrac{n}{m}$ es una fracción, se define $a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}$.

Ejemplos:
a) $5^{2/3} = \sqrt[3]{5^2}$.
b) $\sqrt[5]{3^4} = 3^{4/5}$.
c) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2^{5/5} = 2^1 = 2$

Radicales equivalentes: simplificación
Dos radicales son equivalentes cuando valen lo mismo.

Ejemplos:
a) $\sqrt{9}$ y $\sqrt[4]{81}$ son radicales equivalentes, pues $\sqrt{9} = \pm 3$ y $\sqrt[4]{81} = \pm 3$.
b) $\sqrt[4]{25}$ y $\sqrt{5}$ son radicales equivalentes o iguales, pues $\sqrt[4]{25} = \sqrt[4]{5^2} = 5^{2/4} = 5^{1/2} = \sqrt{5}$.

- En general, para obtener un radical equivalente a otro basta con multiplicar (o dividir) el índice y el exponente del radicando por el mismo número. Así, $\sqrt[n]{a^m}$ es equivalente a $\sqrt[pn]{a^{pm}}$, ya que

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = a^{\frac{p\cdot m}{p\cdot n}} = \sqrt[pn]{a^{pm}}.$$

Este proceso realizado de derecha a izquierda nos permite simplificar radicales.

Ejemplo:
Los siguientes radicales son iguales: $\sqrt[12]{3^6} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt{3}$. El más simple es el último.