OPERACIONES CON FRACCIONES

- Lo primero que debe saberse es el significado del signo = entre dos fracciones. El significado es:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \rightarrow$ Los productos cruzados valen lo mismo.

Las fracciones iguales también se llaman equivalentes.
Para obtener fracciones equivalentes a otra dada, basta con multiplicar o dividir sus términos por un mismo número distinto de cero.

Simplificar una fracción es hallar otra equivalente a ella pero con sus términos más pequeños.
Cuando una fracción no puede simplificarse se llama irreducible.

Suma y resta
En el siguiente cuadro se indican los casos más frecuentes.

Casos

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+cb}{bd}$
- $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-cb}{bd}$
- $a\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm c}{d}$
- $\frac{a}{b}\pm c=\frac{a\pm cb}{b}$

Ejemplos

- $\frac{3}{5}+\frac{1}{8}=\frac{24+5}{40}=\frac{29}{40}$
- $\frac{7}{4}-\frac{8}{3}=\frac{21-32}{12}=\frac{-11}{12}$
- $5+\frac{4}{7}=\frac{35+4}{7}=\frac{37}{7}$
- $\frac{4}{9}-11=\frac{4-99}{9}=-\frac{95}{9}$

En la práctica es conveniente hallar el mínimo común múltiplo de los denominadores; así se obtienen resultados más simples.

Producto

Fracción por fracción: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ **Ejemplo**: $\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{-4}{3}\right)=\frac{-8}{15}$

Fracción por número: $a\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{d}$ **Ejemplo**: $5\cdot\frac{4}{7}=\frac{20}{7}$

División
Los casos más frecuentes son:

Casos

- $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$ (es lo mismo que antes)
- $a:\frac{c}{d}=\frac{ad}{c}$

Ejemplos

- $\frac{6}{7}:\frac{-2}{5}=\frac{30}{-14}=-\frac{15}{7}$
- $\frac{\frac{5}{9}}{\frac{2}{3}}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$
- $4:\frac{3}{5}=\frac{20}{3}$

- $\dfrac{a}{\dfrac{c}{d}} = \dfrac{ad}{c}$ (es lo mismo que antes)
- $\dfrac{1}{-\dfrac{3}{4}} = -\dfrac{4}{3}$
- $\dfrac{a}{b} : c = \dfrac{a}{bc}$
- $\dfrac{2}{5} : 3 = \dfrac{2}{15}$
- $\dfrac{\dfrac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{bc}$ (es lo mismo que antes)
- $\dfrac{\dfrac{5}{6}}{9} = \dfrac{5}{54}$

Operaciones combinadas
Cuando las operaciones aparecen combinadas, primero se resuelven los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones; por último, las sumas y restas.

Ejemplos:
En las expresiones que siguen los números son los mismos, pero varía la colocación de los paréntesis. El resultado será diferente.

a) Para hallar $\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{3} \cdot \left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{7}{4} \right)$, la prioridad es: 1) paréntesis; 2) multiplicación; 3) resta.

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4} \right) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{4} - \frac{7}{4} \right) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{2}{5} + \frac{1}{12} = \frac{24}{60} + \frac{5}{60} = \frac{29}{60};$$

b) Para hallar $\left(\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{3} \right) \cdot \left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{7}{4} \right)$, la prioridad es: 1) paréntesis; 2) multiplicación.

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4} \right) = \left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15} \right) \cdot \left(\frac{6}{4} - \frac{7}{4} \right) = \frac{1}{15} \cdot \left(-\frac{1}{4} \right) = -\frac{1}{60}$$

c) Para hallar $\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{3}{2} - \dfrac{7}{4}$, la prioridad es: 1) multiplicación; 2) restas.

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} - \frac{7}{4} = \frac{2}{5} - \frac{3}{6} - \frac{7}{4} = \frac{24}{60} - \frac{30}{60} - \frac{105}{60} = -\frac{111}{60}$$

d) Para hallar $\left(\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{3} \right) \cdot \dfrac{3}{2} - \dfrac{7}{4}$, la prioridad es: 1) paréntesis; 2) multiplicación; 3) resta.

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{3}{2} - \frac{7}{4} = \left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15} \right) \cdot \frac{3}{2} - \frac{7}{4} = \frac{1}{15} \cdot \frac{3}{2} - \frac{7}{4} = \frac{3}{30} - \frac{7}{4} = \frac{6}{60} - \frac{105}{60} = -\frac{99}{60}$$

<u>Uso de calculadora</u>
La mayoría de las calculadoras operan con fracciones. La tecla asociada es $\boxed{a^{b/c}}$.

Por ejemplo, la suma $\dfrac{5}{18} + \dfrac{11}{24}$ se hace así: 5 $\boxed{a^{b/c}}$ 18 $\boxed{+}$ 11 $\boxed{a^{b/c}}$ 24 $\boxed{=}$ 53/72

De manera análoga se haría para las demás operaciones. Así, para calcular $\dfrac{4}{5} - 5 \cdot \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{3}{2} \right)$ se teclea como sigue:

4 $\boxed{a^{b/c}}$ 5 $\boxed{-}$ 5 $\boxed{*}$ $\boxed{(}$ 1 $\boxed{a^{b/c}}$ 3 $\boxed{+}$ 3 $\boxed{a^{b/c}}$ 2 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ –8/11/30 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{a^{b/c}}$ –251/30

En la operación anterior es determinante el uso del paréntesis en el orden adecuado. Si no se hubiese utilizado el paréntesis, el resultado será:

4 $\boxed{a^{b/c}}$ 5 $\boxed{-}$ 5 $\boxed{*}$ 1 $\boxed{a^{b/c}}$ 3 $\boxed{+}$ 3 $\boxed{a^{b/c}}$ 2 $\boxed{=}$ 19/30, que evidentemente es incorrecto.

Pequeños retos

Puede ser útil realizar (con y sin calculadora) las operaciones siguientes:

a) $\frac{4}{5}-5\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)$ b) $\frac{4}{5}-5\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{2}$ c) $\left(\frac{4}{5}-5\right)\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{2}$ d) $\left(\frac{4}{5}-5\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)$

Soluciones:

a) $-\frac{251}{30}$; b) $\frac{19}{30}$; c) $\frac{1}{10}$; d) $-\frac{77}{10}$