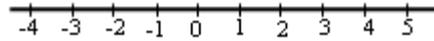


OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

El conjunto de los números enteros es $\mathbf{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\dots\}$. Está formado por los positivos y los negativos. Los números negativos son los opuestos de los positivos; así -2 es el opuesto de $+2$.

Pueden representarse en la recta:



Suma y resta

- Para sumar dos números enteros con el mismo signo se suman los valores absolutos de ambos números y se pone el signo que tenían los sumandos.

Ejemplos:

a) $(+3) + (+7) = +10$.

b) $(-7) + (-5) = -12$.

- Para sumar dos números con distinto signo hay que restarlos y ponerle al resultado el signo que lleve el número mayor en valor absoluto.

Ejemplos:

a) $(+3) + (-7) = -(7 - 3) = -4$.

b) $(-6) + (+11) = +(11 - 6) = +5$.

→ También puede tenerse en cuenta dos signos consecutivos iguales equivalen a un $+$; mientras que dos signos consecutivos distintos generan un $-$.

Ejemplos:

$$+ (+)5 = +5 = 5; \quad + (-)5 = -5; \quad - (+)5 = -5; \quad - (-)5 = +5 = 5$$

Por tanto, los ejemplos de arriba puede hacer también como sigue:

a) $(+3) + (-7) = 3 - 7 = -4$.

b) $(-6) + (+11) = -6 + 11 = +5$.

- Para restar dos números enteros hay que tener en cuenta que: $-(+) = -$; $-(-) = +$

Ejemplos:

a) $(-7) - (+9) = (-7) - 9 = -16$.

b) $(+6) - (-10) = (+6) + 10 = 16$.

- Un signo menos delante de un paréntesis cambia el signo de todos los términos que abarca.

Ejemplos:

a) $-(4 + 5 - 3) = -4 - 5 + 3 = -6$.

b) $-(-5 + 7 - 13) = +5 - 7 + 13 = +11$.

Multiplicación y división

En todos los casos hay que tener en cuenta las reglas de los signos:

$$[+] \cdot [+] = [+]; \quad [+] \cdot [-] = [-]; \quad [-] \cdot [+] = [-]; \quad [-] \cdot [-] = [+]$$

$$[+] : [+] = [+]; \quad [+] : [-] = [-]; \quad [-] : [+] = [-]; \quad [-] : [-] = [+]$$

Ejemplos:

$$(+3) \cdot (+4) = +12; \quad (+7) \cdot (-2) = -14; \quad (-5) \cdot (+6) = -30; \quad (-1) \cdot (-9) = +9$$

$$(+18) : (+3) = +6; \quad (+12) : (-2) = -6; \quad (-32) : (+8) = -4; \quad (-28) : (-7) = +2$$

Operaciones combinadas

Cuando aparecen operaciones combinadas hay que seguir el orden siguiente:

1) Paréntesis; 2) Productos y divisiones; 3) Sumas y restas

Ejemplos:

$$a) 12 - 2 \cdot (9 - 3) - 10 : (-2) - (-7) = 12 - 2 \cdot 6 + 5 + 7 = 12 - 12 + 5 + 7 = 12.$$

$$b) (12 - 2) \cdot (9 - 3) - 10 : [(-2) - (-7)] = 10 \cdot 6 - 10 : (+5) = 60 - 2 = 58.$$

Potencias de números enteros

Se hace igual que con números naturales, pero hay que tener en cuenta el signo de la base y si el exponente es par o impar, cumpliéndose:

$$(+a)^n = +a^n = a^n \rightarrow \text{siempre positivo}$$

$$(-a)^n = +a^n = a^n, \text{ si } n \text{ es par; } (-a)^n = -a^n, \text{ si } n \text{ es impar}$$

Ejemplos:

$$a) (+2)^5 = 2^5 = 32.$$

$$b) (+3)^4 = 3^4 = 81.$$

$$c) (-2)^4 = 2^4 = 16.$$

$$d) (-3)^5 = -3^5 = -243.$$

Advertencia:

Un error frecuente consiste en escribir, por ejemplo $-2^4 = 16$, que es falso; pues $-2^4 = -16$.

El error consiste en suponer que $-2^4 = (-2)^4$, que no es verdad.

En cambio, es cierto que $-2^5 = (-2)^5$. La diferencia entre ambas expresiones está en el exponente: par en el primer caso; impar en el segundo.

Propiedades de las potencias

En general, la potenciación cumple las siguientes propiedades:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (a : b)^n = a^n : b^n$$

En el caso de números enteros, además, hay que tener en cuenta las reglas de los signos.

Ejemplos:

$$a) (-2)^4 \cdot (-2)^3 = (-2)^7 = -128.$$

$$b) ((-3)^3)^2 = (-3)^6 = +729.$$

$$c) (-2)^4 : (-2)^3 = (-2)^1 = -2$$

$$d) [(-2)(+3)]^3 = (-2)^3 \cdot (+3)^3 = (-8)(+27) = 216$$

Pequeños retos

1. Halla:

$$a) (+10) - (+9) + (-8) - (-7)$$

$$b) 12 + 5 \cdot (-4) - 20$$

$$c) 8 - 2 \cdot (9 - 3) + (-12) : (-3)$$

2. Calcula:

$$a) (+4)^3$$

$$b) (-2)^4 - (+3)^2 + (-5)^2$$

$$c) (+5)^2 \cdot (-1)^7 - (-5)^2 - (-3)^3$$

Soluciones:

1. a) 0. b) -28. c) 0.

2. a) 64. b) 32. c) -23.