FRACCIÓN GENERATRIZ (de un número periódico)

- Todo número decimal, con un número finito de cifras decimales (llamados decimales *exactos*), es equivalente a una fracción.

Para encontrar dicha fracción basta con escribir el número dado sin la coma decimal, y dividirlo por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número dado.

Ejemplos:

a) $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$; b) $7,2 = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}$; c) $3,2013 = \frac{32013}{10000}$.

→ A las fracciones con denominador 10, 100, 1000, … se les llama fracciones decimales. Estas fracciones generan directamente el número decimal equivalente; para ello basta con poner la coma decimal en el numerador, dejando tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador.

Ejemplos:

a) $\frac{23}{10} = 2,3$; b) $\frac{72}{100} = 0,72$; c) $\frac{417}{10000} = 0,0417$.

- Todo número decimal, con un número infinito de cifras decimales (llamados decimales periódicos), es equivalente a una fracción. A esa fracción se le suele llamar fracción generatriz del número decimal.

Para encontrar dicha fracción se sigue el proceso que se indica en los siguientes ejemplos.

Ejemplos:

a) Se quiere encontrar la fracción generatriz del número $3,7777... \to 3,\widehat{7}$.

Para ello se escribe:

$F = 3,7777...$, el número que se repite es 7, se llama periodo.

→ Se multiplica por 10 (si el periodo tuviese dos cifras, por 100; si tres cifras, por 1000; …). Queda $10F = 37,7777...$ (hay tantos 7 como se quiera, por tanto, se pueden añadir).

→ Se restan ambas igualdades y se despeja *F*:

$$\begin{array}{rl} 10F = & 37,\cancel{7777...} \\ F = & 3,\cancel{7777...} \\ \hline - \quad 9F = & 34 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{34}{9}. \end{array}$$

b) Se quiere encontrar la fracción generatriz del número $0,19191919... \to 0,\widehat{19}$.

Para ello se escribe:

$F = 0,19191919...$, el periodo es 19, es un número de dos cifras.

→ Se multiplica por 100 (Observa que al multiplicar por 100 "sale" un periodo completo). Queda $100F = 19,19191919...$ (interesa añadir otro 19, para *ver* mejor la resta).

→ Se restan ambas igualdades y se despeja *F*:

$$\begin{array}{rl} 100F = & 19,\cancel{19191919...} \\ F = & 0,\cancel{19191919...} \\ \hline - \quad 99F = & 19 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{19}{99}. \end{array}$$

Nota: Los números que hemos visto en ambos ejemplos se llaman periódicos puros.

c) Se quiere encontrar la fracción generatriz del número $32,027272727... \to 32,027$. Este número se llama periódico mixto; el periodo, que es 27, no comienza inmediatamente después de la coma decimal; la parte decimal que precede al periodo se llama antiperiodo, que en este caso vale 0.
Para ello se escribe:

$F = 32,027272727...$

$\to$ Se multiplica por 10, $10F = 320,27272727...$

Observa:
1) Al multiplicar por 10 "sale" el antiperiodo; si el antiperiodo tuviese dos cifras se multiplicaría por 100; si tres cifras, por 1000.
2) Al multiplicar por 10, queda un número periódico puro, $320,27272727...$, al que podría aplicarse el proceso visto en b).

$\to$ Se multiplica por 1000 (Observa que al multiplicar por 1000 "sale" el antiperiodo y el primer periodo).
Queda $1000F = 32027,27272727...$

$\to$ Se restan ambas igualdades y se despeja F:

$$\begin{array}{rl} 1000F = & 32027,\cancel{27272727...} \\ 10F = & 320,\cancel{27272727...} \\ \hline - \quad 990F = & 31707 \end{array} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{31707}{990}.$$

Pequeños retos
Halla las fracciones generatrices de los siguientes números periódicos:

a) $21,7777... = 21,\overset{\frown}{7}$. b) $0,047$. c) $10,78888... = 10,7\overset{\frown}{8}$.

Soluciones:
a) $\frac{196}{9}$. b) $\frac{47}{999}$. c) $\frac{971}{90}$.