

OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

Se operan del mismo modo que las fracciones ordinarias. (Son frecuentes los errores de signos y los errores en el (no) empleo de paréntesis).

Suma y resta

$$\frac{A(x)}{B(x)} \pm \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x) \cdot D(x) \pm C(x) \cdot B(x)}{B(x) \cdot D(x)}; \quad \frac{A(x)}{B(x)} \pm C(x) = \frac{A(x) \pm C(x) \cdot B(x)}{B(x)}$$

• Puede ser conveniente, como con las fracciones ordinarias, hallar el mínimo común múltiplo de los denominadores; ello simplifica los cálculos.

Ejemplos:

$$a) \frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2 - 2x}{3} = \frac{x^2 \cdot 3 - (x^2 - 2x)(x+1)}{(x+1) \cdot 3} = \frac{3x^2 - (x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x)}{3(x+1)} = \frac{-x^3 + 4x^2 + 2x}{3(x+1)}$$

$$b) \frac{x^2}{x+1} + \frac{5}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x^2 - 1)}{(x+1)(x^2 - 1)} + \frac{5(x+1)}{(x+1)(x^2 - 1)} = \frac{x^2(x^2 - 1) + 5(x+1)}{(x+1)(x^2 - 1)} = \frac{x^4 - x^2 + 5x + 5}{(x+1)(x^2 - 1)}$$

(Salvo indicación en contra puede convenir no operar el denominador.)

En este caso, como el segundo denominador $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ es múltiplo del primero, un denominador común es el mismo $x^2 - 1$, luego:

$$\frac{x^2}{x+1} + \frac{5}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x-1)}{x^2 - 1} + \frac{5}{x^2 - 1} = \frac{x^3 - x^2 + 5}{x^2 - 1}$$

$$c) \frac{4x^2 - 2}{2x+1} - 2x = \frac{4x^2 - 2 - 2x(2x+1)}{2x+1} = \frac{4x^2 - 2 - 4x^2 - 2x}{2x+1} = \frac{-2 - 2x}{2x+1}$$

$$d) 1 - \frac{3x-2}{x-2} = \frac{x-2 - (3x-2)}{x-2} = \frac{x-2-3x+2}{x-2} = \frac{-2x}{x-2}$$

Producto y división

$$\frac{A(x)}{B(x)} \cdot \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x) \cdot C(x)}{B(x) \cdot D(x)}; \quad \frac{A(x)}{B(x)} : \frac{C(x)}{D(x)} = \frac{A(x) \cdot D(x)}{B(x) \cdot C(x)}$$

Ejemplos:

$$a) \frac{x+1}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x^2}{x-1} = \frac{(x+1)x^2}{(x^2 + 2x)(x-1)} = \frac{x^3 + x^2}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$b) \frac{x^2 - 4}{2x+1} : \frac{x+2}{3-x} = \frac{(x^2 - 4) \cdot (3-x)}{(2x+1)(x+2)} = \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)(3-x)}{(2x+1)\cancel{(x+2)}} = \frac{(x-2)(3-x)}{2x+1} = \frac{-x^2 + 5x - 6}{2x+1}$$

Pequeños retos

1. Halla, simplificando el resultado, las siguientes operaciones:

$$a) \frac{1-x}{x+1} - \frac{2x-1}{x}$$

$$b) \frac{2x-3}{x+2} + \frac{2-x}{x-2} - \frac{2x-1}{x}$$

$$c) \frac{3x+2}{5x} - \frac{2x-1}{x}$$

$$\text{d) } \frac{-2x+1}{x-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{x}{x^2-1} \quad \text{e) } \frac{x+2}{x} - \frac{x-3}{x^2} + \frac{2x+1}{x^3} \quad \text{f) } \frac{x^2-4}{x-5} - x$$

2. Halla, simplificando el resultado:

$$\text{a) } \frac{2x-2}{x^2+1} \cdot \frac{x^2}{x-1} \quad \text{b) } \frac{x^2-9}{x+2} : \frac{x+3}{3-x} \quad \text{c) } \frac{2x+2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2}{x+1} \quad \text{d) } \frac{x^2-4}{x+1} : \frac{x-2}{x^2-1}$$

Soluciones:

$$\text{1. a) } \frac{1-3x^2}{x(x+1)} \cdot \text{b) } \frac{2-8x-x^2}{x(x+2)} \cdot \text{c) } \frac{-7x+7}{5x} \cdot \text{d) } \frac{-4x^2-1}{x^2-1} \cdot \text{e) } \frac{x^3+x^2+5x+1}{x^3} \cdot \text{f) } \frac{5x-4}{x-5}$$

$$\text{2. a) } \frac{2x^2}{x^2+1} \cdot \text{b) } -\frac{(x-3)^2}{x+2} \cdot \text{c) } \frac{2x^2}{x^2-1} \cdot \text{d) } x^2 + x - 2.$$