

ECUACIONES EXPONENCIALES CON SUMAS O RESTAS

De estas ecuaciones sólo pueden resolverse las “preparadas”: aquellas en las que intervengan exponenciales con la misma base o reducibles a ellas. Por ejemplo las ecuaciones:

$$4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0 \quad 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 224 \quad 2 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^{x-1} = 3$$

Para resolverlas, además de las operaciones básicas, es imprescindible conocer y manejar con destreza las propiedades de la potenciación y de los logaritmos. No hay métodos generales, pero alguna vez, suele dar resultado el cambio de variable $a^x = t$; en otras ocasiones deberá sacarse factor común...

Ejemplos:

a) Para resolver $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$ se hace el cambio $2^x = t$, con lo cual:

$$4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0 \Leftrightarrow (2^2)^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x - 24 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t - 24 = 0.$$

La última ecuación, que es de segundo grado, tiene por soluciones $t = 8$ y $t = -3$.

Para $t = 8$, se tiene $2^x = t = 8 \Rightarrow x = 3$.

Para $t = -3 \Rightarrow 2^x = t = -3$, que es imposible.

En consecuencia, la solución es $x = 3$.

b) Para resolver $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 224$ debe tenerse en cuenta la propiedad $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, para después sacar factor común:

$$\begin{aligned} 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 224 &\Rightarrow 2^x + 2^x \cdot 2 + 2^x \cdot 2^2 = 224 \Rightarrow 2^x \cdot (1 + 2 + 4) = 224 \Rightarrow 2^x \cdot 7 = 224 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2^x &= \frac{224}{7} \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow x = 5. \end{aligned}$$

c) La ecuación $2 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^{x-1} = 3 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^x \cdot 3^{-1} = 3 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x - 5 \cdot \frac{3^x}{3} = 3$ (se quitan

denominadores) $\Leftrightarrow 6 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x = 2$.

Pequeños retos

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4^x + 2^{x+3} - 20 = 0$

b) $3 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 2^{x+3} = 16$

c) $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{728}{27}$

Soluciones:

a) $x = 1$. b) $x = 4$. c) $x = 3$.