ECUACIONES RACIONALES

Son de la forma $\frac{A(x)}{B(x)} + C(x) = 0$, donde, al menos, $B(x)$ es una expresión polinómica.
($A(x)$ y $C(x)$ pueden ser números).

Para resolverla hay que transformarla en otra de tipo polinómico. Los pasos a seguir pueden ser: 1) Eliminar denominadores; 2) Resolver paréntesis; 3) Agrupar términos…

- Caso particular: la ecuación $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ es equivalente a $A(x) = 0$.

Ejemplo:

a) Para resolver la ecuación $\frac{x}{x+1} + 2 = \frac{3x+1}{x}$ puede procederse así:

1) Se suman los términos del primer miembro. Resulta: $\frac{x+2(x+1)}{x+1} = \frac{3x+1}{x}$.

2) Se quitan denominador (multiplicando "en cruz"):

$$x\big(x+2(x+1)\big) = (3x+1)(x+1) \Leftrightarrow x^2 + 2x^2 + 2x = 3x^2 + 3x + x + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x = 3x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow 0 = 2x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

b) La ecuación $\frac{x^2+5x}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x\cdot(x+5) = 0$. Sus soluciones son $x = 0$ y $x = -5$.

c) La ecuación $\frac{2x-2}{x-5} - 1 + x = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-2}{x-5} = 1 - x \Rightarrow 2x - 2 = (x-5)(1-x) \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 1$ y $x = 4$.

Observación:
Son frecuentes los errores a la hora de operar. Se pueden corregir operando ordenadamente y comprobando la solución hallada en la ecuación inicial. (Como muestra debería intentarse resolver los ejemplos anteriores de otra manera, y comprobar que las soluciones coinciden).

Pequeños retos

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 = \frac{x}{2} + 3$ b) $2x - 1 = \frac{-4}{x-3}$ c) $x + \frac{1}{x} = 2$

d) $\frac{4x-3}{x} - 2 = x - 2$ e) $\frac{2x^2-3x}{x+3} = 0$ f) $\frac{4}{x+3} = 0$

Soluciones:

a) $x = -3/2$; $x = 2$. b) No tiene sol. c) $x = 1$, doble. d) $x = 1$, $x = 3$. e) $x = 0$, $x = 3/2$. f) No tiene sol.