

ECUACIONES CON RADICALES

Las ecuaciones con radicales contienen al menos un término en el que la incógnita está bajo el signo radical. Se resuelven aislando la raíz. Suelen dar lugar a una ecuación de segundo grado. Hay que comprobar las soluciones halladas, pues es frecuente que haya que desechar alguna de ellas.

- Si en la ecuación hubiese dos expresiones radicales se reitera el proceso: se aísla una raíz; se hace el cuadrado; se aísla la otra raíz; se vuelve a elevar al cuadrado...

Ejemplos:

a) Para resolver $x - \sqrt{x} = 6$, se procede así:

1) Se trasponen términos para aislar la raíz $\rightarrow x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x - 6 = \sqrt{x}$

2) Se elevan al cuadrado los dos miembros $\rightarrow (x - 6)^2 = (\sqrt{x})^2 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = x$

3) Se resuelve la ecuación obtenida $\rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow x = 9, x = 4$.

4) Se comprueban las soluciones halladas:

$x = 9$ es válida, pues: $9 - \sqrt{9} = 9 - 3 = 6$; $x = 4$ no es válida, $4 - \sqrt{4} = 4 - 2 = 2 \neq 6$.

b) Para resolver $\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x-1} = 1$ se procede como sigue:

$\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow \sqrt{2x+5} = 1 + 2\sqrt{x-1} \Rightarrow (\sqrt{2x+5})^2 = (1 + 2\sqrt{x-1})^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x + 5 = 1 + 4(x-1) + 4\sqrt{x-1} \rightarrow$ se aísla la 2ª raíz: $-2x + 8 = 4\sqrt{x-1} \Rightarrow$

\Rightarrow (se eleva al cuadrado): $(-2x + 8)^2 = (4\sqrt{x-1})^2 \Rightarrow 4x^2 - 32x + 64 = 16(x-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x^2 - 48x + 80 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 20 = 0 \rightarrow$ soluciones: $x = 10, x = 2$.

Sólo es válida la solución $x = 2$.

Observaciones:

Al intentar resolver estas ecuaciones son frecuentes los errores. El más común es hacer mal la operación de elevar al cuadrado.

1) Por ejemplo, está mal lo siguiente: $x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow (x - \sqrt{x})^2 = 6^2 \Rightarrow x^2 - x = 6 \Rightarrow x = 3$.

\rightarrow Se ha hecho mal el cuadrado del primer miembro.

2) En la ecuación b) anterior se pueden dar, entre otros, los siguientes errores:

- $\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x-1} = 1 \Rightarrow (\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x-1})^2 = 1^2 \Rightarrow 2x + 5 - 4(x-1) = 1 \rightarrow$ se comienza mal al hacer mal el cuadrado del primer miembro.

- Se comienza bien $(\sqrt{2x+5})^2 = (1 + 2\sqrt{x-1})^2 \Rightarrow 2x + 5 = 1 + 2(x-1) + 4\sqrt{x-1} \rightarrow$ se hace mal el cuadrado del segundo miembro.

Pequeños retos

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{-x^2 + 4x} = 2$

b) $\sqrt{x+5} = x-1$

c) $x - \sqrt{x-2} = 2$

d) $\sqrt{x+9} - \sqrt{x-7} = 2$

e) $\sqrt{x+6} + 3 = 2x$

f) $\sqrt{4x} - \sqrt{2x+1} - 1 = 0$

Soluciones:

a) $x = 2$. b) $x = 4$; $x = -1$ no vale. c) $x = 2$; $x = 3$. d) $x = 16$. e) $x = 3$; $x = 1/4$ no vale. f) $x = 4$; $x = 0$ no vale.