

DIVISIBILIDAD. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Un número es divisible por otro cuando su división es exacta.

Para generalizar se designan los números mediante letras. Así podemos decir: un número a es divisible por otro b cuando la división $a : b$ es exacta.

Ejemplo:

a) 21 es divisible por 3. b) 40 es divisible por 8. c) 18 no es divisible por 5.

Decir que un número es divisible por otro es lo mismo que decir que el número mayor es múltiplo del menor. (Salvo el 0, que es múltiplo de todos los demás números).

Ejemplo:

a) 21 es múltiplo de 3. b) 100 es múltiplo de 25. c) 25 no es múltiplo de 4.

En general, decir que a es divisible por b es lo mismo que decir que a es múltiplo de b .

También puede decirse que b es divisor de a .

- Si a es múltiplo de b entonces b es divisor de a , y viceversa.
- Todo número natural tiene infinitos múltiplos: se obtienen multiplicándolo por 0, 1, 2...
- Todo número natural es divisor y múltiplo de sí mismo.
- El número 1 es divisor de todos los números.

Divisores de un número; números primos

Un número puede tener varios divisores. Para hallar los divisores de un número hay que dividirlo por 2, 3, 4...: si la división es exacta, se obtiene un divisor del número.

Ejemplos:

a) Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6, y 12.

b) Los divisores de 21 son 1, 3, 7 y 21.

- Si un número solo es divisible por sí mismo y por la unidad se llama primo.
- Si un número tiene más de dos divisores se llama compuesto.

Números primos			
2	3	5	7
11	13	17	19
23	29	31	37
41	43	47	53
59	61	67	71
73	79	83	89
97	...		

Ejemplos:

a) Los números 7, 17 y 23 son primos. b) Los números 8, 25 y 40 son compuestos.

Criterios de divisibilidad

- Divisibilidad por 2. Un número es divisible por 2 si es par.

Ejemplos:

Los números 2, 24 y 130 son múltiplos de 2.

- Divisibilidad por 3. Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.



Ejemplos:

a) 99, 132 o 2124 son múltiplos de 3, pues sus cifras suman, respectivamente, 18, 6 o 9, que son números múltiplos de 3.

b) Los números 122 o 2222 no son múltiplos de 3. (Las cifras de 122 suman 5; las cifras de 2222 suman 8. Ni 5 ni 8 son múltiplos de 3).

- Divisibilidad por 5. Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

Ejemplos:

Los números 35, 70 y 1035 son múltiplos de 5.

- Divisibilidad por 11. Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de sus cifras pares y la suma de sus cifras impares es 0, 11 o múltiplo de 11.

Ejemplos:

- El número 1309 es múltiplo de 11, pues: la suma de sus cifras pares, $3 + 9 = 12$; la suma de sus cifras impares, $1 + 0 = 1$; la diferencia entre ambas sumas es $12 - 1 = 11$.
- El número 91839 es múltiplo de 11, pues: $1 + 3 = 4$; $9 + 8 + 9 = 26$; la diferencia entre ambas sumas es $4 - 26 = -22$, que es múltiplo de 11. En efecto: $91839 : 11 = 8349$.
- Puedes comprobar que los números 847, 308, 4114 y 3707 son múltiplos de 11.

Otros criterios de divisibilidad (para números no primos)

- Divisibilidad por 4. Un número es divisible por 4 cuando el número que determinan sus dos últimas cifras es múltiplo de 4.
- Divisibilidad por 6. Un número es divisible por 6 cuando lo es por 2 y por 3.
- Divisibilidad por 8. Un número es divisible por 8 cuando el número que determinan sus tres últimas cifras es múltiplo de 8.
- Divisibilidad por 9. Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
- Divisibilidad por 25. Un número es divisible por 25 cuando el número que determinan sus dos últimas cifras es múltiplo de 25; cuando termina en 00, 25, 50 o 75.

Ejemplos:

- 7132 es múltiplo de 4, pues termina en 32, que es múltiplo de 4 $\rightarrow 7132 = 4 \cdot 1783$.
- 804 es múltiplo de 6, pues lo es de 2 y de 3 $\rightarrow 804 = 6 \cdot 134$. (Como 804 también es múltiplo de 4, pues concluirse será múltiplo de 12 $\rightarrow 804 = 12 \cdot 67$).
- 1000, 1008, 1016, ... 23808 son múltiplos de 8.
- 909 y 1035 son múltiplos de 9, pues sus cifras suman, respectivamente, 18 y 9, que son números múltiplos de 9.
- El número 2027 es primo. (Para comprobar que un número es primo hay que dividirlo por los sucesivos números primos, hasta que el cociente sea menor que el último primo por el que se ha dividido. Para ver que 2027 es primo hay que dividir por los sucesivos números primos hasta el 47).

Pequeños retos

- Entre los siguientes números empareja los que sean múltiplos y divisores entre sí:
12, 21, 6, 15, 8, 32, 7, 75, 9, 27
- Halla todos los divisores de 90.
- Aplicando los criterios de divisibilidad indica si los siguientes números son divisibles por 2, por 3, por 5 o por 11.
a) 102 b) 120 c) 91 d) 704 e) 705 f) 286
- Halla tres números que sean, a la vez, múltiplos de 2, 7 y 10.
- Calcula, razonando la respuesta, qué valores debe tomar X para que el número 45X sea:
a) Múltiplo de 2 b) Múltiplo de 3 c) Múltiplo de 11 d) Múltiplo de 9

Soluciones:

- 12 y 6; 21 y 7; 15 y 75; 8 y 32; 9 y 27. 2. 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 y 90.
- a) por 2 y por 3. b) por 2, por 3 y por 5. c) Ninguno. d) por 2 y por 11. e) por 3 y por 5. f) por 2 y por 11.
4. 70, 140 y 210. 5. a) 0, 2, 4, 6 o 8. b) 0, 3, 6 o 9. c) 1. d) 0 o 9.