CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números naturales:
El conjunto de los **números naturales** es

N = {0, 1, 2, 3, 4, ..., 17, 18, ...}.

Si se excluye el 0 suele ponerse **N*** = {1, 2, 3, 4…}
En **N** se pueden realizar las operaciones de sumar y multiplicar.
No siempre puede restarse, pues en **N** no hay opuestos. Por ejemplo, el resultado de 5 – 9 no es un número natural.
Tampoco puede dividirse siempre, pues en **N** no existen inversos. Por ejemplo, 10 : 3 no es natural.

Números enteros:
El conjunto de los **enteros** es

Z = {... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3...}

Como ves, contiene también a los negativos. Los números negativos son los opuestos de los positivos; así –2 es el opuesto de +2. En general, el opuesto de n es –n; y viceversa, el opuesto de –n es +n. La existencia de opuestos permite restar. Así, en **Z** se puede sumar, restar y multiplicar. Por ejemplo, 5 – 9 = –4.
En **Z** no puede dividirse siempre. El resultado de la división 2 : 5 no es un número entero, es un número racional.

Números racionales
El conjunto de los **números racionales**, que se denota por **Q**, es

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \middle| p, q \in Z; q \neq 0 \right\}$$

<u>Observación</u>:
La raya | significa “tal que”. El símbolo $\in$ significa “pertenece”. Así, “| *p*, *q* $\in$ **Z**”, se lee “tal que los números *p* y *q* pertenecen a **Z**”.

- Los números racionales son las fracciones.

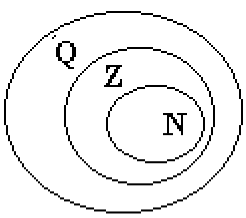
Por ejemplo: $\frac{2}{7}$, $\frac{-7}{2}$ o $\frac{4}{-3}$. No es costumbre dejar un denominador negativo, prefiriéndose escribir $\frac{-4}{3}$ o $-\frac{4}{3}$ en vez de $\frac{4}{-3}$.

- Los números enteros son fracciones con denominador 1.

Por ejemplo, $-3 = \frac{-3}{1}$.

- Cada uno de estos conjuntos es una **ampliación** del anterior, así **N** $\subset$ **Z** $\subset$ **Q**.

La ampliación de los conjuntos numéricos consigue cada vez mayor generalización. En **Q** pueden realizarse las cuatro operaciones elementales, pues todo número racional tiene opuesto, y todo número racional, menos el 0, tiene inverso. El opuesto de $\frac{p}{q}$ es $-\frac{p}{q}$; el inverso de $\frac{p}{q}$ es $\frac{q}{p}$.
Así puede asegurase que en **Q** tienen solución todas las ecuaciones lineales: las de la forma $ax + b = c$. Por ejemplo, $3x - 5 = 2$, cuya solución es x = 7/3.



No obstante, en **Q** todavía no se pueden solucionar ecuaciones tan fáciles como $x^2 - 2 = 0$ (cuya solución es $x = \sqrt{2}$, que no racional). Para ello se necesita una nueva ampliación: los números reales.

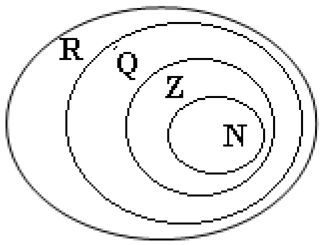
Números irracionales
Son todos aquellos números que no pueden ponerse en forma de fracción.

Ejemplos:
Son irracionales los siguientes números: $\sqrt{2}$; $-\sqrt{7}$; 1,2345…; π. (Hay infinitos números irracionales).

Números reales
Todos los números anteriores se llaman reales. Por tanto, el conjunto de los reales, **R**, es una sucesiva ampliación de los demás conjuntos numéricos, cumpliéndose que: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$.

El siguiente esquema es más preciso:

$$\text{Reales} \begin{cases} \text{Racionales} \begin{cases} \text{Enteros} \begin{cases} \text{Naturales} \\ \text{Negativos} \end{cases} \\ \text{Fraccionarios} \end{cases} \\ \text{Irracionales} \end{cases}$$



<u>**Relación entre números reales y números decimales**</u>

- Desde los **números decimales** se llega a una situación similar, pues se pueden distinguir:

a) <u>Decimales con un número finito de cifras decimales.</u>
Por ejemplo, el número 3,209 es igual a la fracción $\frac{3209}{1000}$; se ha dividido por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales *significativas* tiene el número decimal, al que se ha quitado la coma. (En algunos libros a estos números se les llama *decimales exactos*.)

b) <u>Decimales con infinitas cifras decimales periódicas</u>. Por ejemplo, 3,12222..., que se conviene en escribir $3{,}1\widehat{2}$. Este número es igual a la fracción $\frac{281}{90}$, como puede comprobarse dividiendo. Para hallar la fracción anterior se ha multiplicado el número dado por 100 (para conseguir que salga el primer periodo de la parte decimal, quedando $100f = 312{,}222\ldots$); después se multiplica por 10 (para llegar hasta la cifra del periodo, quedando $10f = 31{,}22\ldots$); por último se resta:
$100f - 10f = 90f = 312{,}222\ldots - 31{,}222\ldots = 281$, de donde $f = \frac{281}{90}$.

c) <u>Decimales con infinitas cifras decimales no periódicas</u>. Por ejemplo, 2,12345… cada vez se añade el número siguiente. Ese número decimal no puede escribirse en forma de fracción. Y, por tanto, no es un número racional: es un número irracional, en el sentido de que no puede expresarse como razón de dos magnitudes.